

1 Úlohy

1. Vyneste do grafu disperznú reláciu (spojitú závislosť indexu lomu na vlnovej dĺžke) meracieho hranolu GoF3 pomocou údajov v tabuľke 1.2.2.
2. Stanovte disperznú reláciu vybraného optického skla, jeho strednú disperziu, relatívnu disperziu a Abbeovo číslo. Podľa priloženého výpisu z katalógu optických skiel prevedte identifikáciu meranej vzorky. Disperznú reláciu vyneste do grafu.
3. Stanovte teplotnú závislosť indexu lomu pre danú kvapalinu pre tri rôzne vlnové dĺžky v teplotnom intervale 20 °C - 50 °C . Spracujte namerané závislosti do grafu.
4. Spočítajte chybu nepriameho merania indexu lomu pevných látok i kvapalín a to všeobecne i numericky. V úlohe 2. spočítajte chybu nepriameho merania strednej disperzie, relatívnej disperzie a Abbeovho čísla.

2 Študijný text

Na rozhraní dvoch prostredí sa svetelné paprsky lámu tak, že pomer sínu uhlu dopadu α_i k sínu uhlu lomu α_t má konštantnú hodnotu bez ohľadu na veľkosť uhlu dopadu α_i .

$$n_{12} = \frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_t} \quad (1)$$

Číslo n_{12} sa nazýva *relatívny index lomu* a závisí na optických vlastnostiach oboch prostredí. [1]

Prostredie možno charakterizovať absolútnym indexom lomu N , ktorý je definovaný ako (relatívny) index lomu pri priechode svetla z vákua do uvažovaného prostredia. Vzťah medzi absolútnymi indexami lomu N_1 a N_2 prostredí 1 a 2 a ich relatívnym indexom lomu je [1]

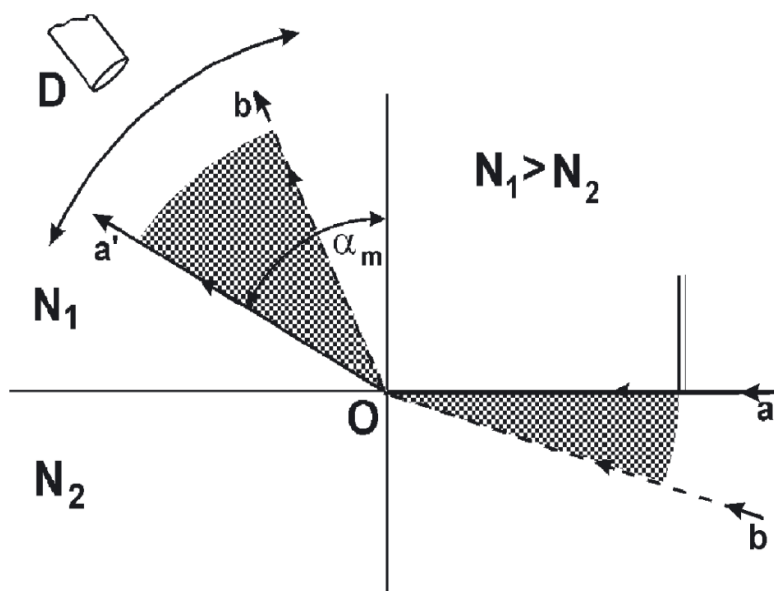
$$n_{12} = \frac{N_2}{N_1} \quad (2)$$

Prostredie s väčším indexom lomu sa nazýva *opticky hustejšie*. Pri lome z prostredia opticky hustejšieho do prostredia opticky redšieho sa paprsok odchyľuje smerom od kolmice. Maximálna možná hodnota uhlu α_t v prípade lomu od kolmice je $\frac{\pi}{2}$. Odpovedá mu hodnota *medzného uhlu*, pri ktorom sa všetko dopadajúce svetlo odráža.[1]

$$\sin \alpha_m = \frac{N_2}{N_1} = n_{12} \quad (3)$$

Totálne refraktometre sú prístroje, ktoré stanovujú index lomu zo zmeraného medzného uhlu.

PRINCÍP MERANIA MEDZNÉHO UHLU α_m : Ak osvetlíme plošným zdrojom (monochromatického) svetla zo strany prostredia 2 rovinné rozhranie oboch prostredí väzkom ab paprskov dopadajúcich do bodu O , tak v dôsledku totálnej reflexie (pretože $N_1 > N_2$) sa žiadne lomené paprsky nemôžu dostať mimo oblasť vymedzenú kužeľovou plochou, ktorej vrchol je v bode O a jej povrchy zvierajú s kolmicou uhol α_m . To isté platí pre všetky body rozhrania oboch prostredí. Ďalekohľad D sústreďí všetky rovnobežné paprsky do jedného bodu zorného poľa, vďaka čomu vidíme orné pole ostro rozdelené na svetlú a na tmavú časť. Nastavením nitkového kríža ďalekohľadu na rozhraní môžeme odčítať z polohy ďalekohľadu medzný uhol α_m . [1]



Obr. 1: Princíp merania medzného uhlu

Pracovali sme s Pulfrichovým refraktometrom PR2 od firmy Carl Zeiss - Jena. Podrobný popis prístroja je v pokynoch k meraniu [2].

MERANIE PULFRICHOVÝM REFRAKTOMETROM A VÝPOČET INDEXU LOMU
 METÓDA MEDZNÉHO UHLU: Pracovali sme s meracím hranolom GoF3 a postupovali sme podľa pokynov k meraniu [2]. Teplota v laboratóriu bola približne 20° a vzhľadom k nej som previedla teplotné korekcie. Ako imerznú kvapalinu používame α -brómnaftalén s indexom lomu $N_i = 1,6570$ pri teplote 20°C pre vlnovú dĺžku čiary d .

Svetlo prechádza hranolom pod medzným uhlom α_m a vystupuje do vzduchu pod uhlom δ ku kolmici. Index lomu vzduchu pokladáme rovný jednej. Môžeme odvodiť:

$$\sin \delta = N_1 \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_m \right) = N_1 \cos \alpha_m = N_1 \sqrt{\cos^2 \alpha_m} =$$

$$N_1 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_m} = N_1 \sqrt{1 - \frac{N_2^2}{N_1^2}} = \sqrt{N_1^2 - N_2^2} \quad (4)$$

Pulfrichov refraktometer meria doplnkový uhol γ k uhlu δ .

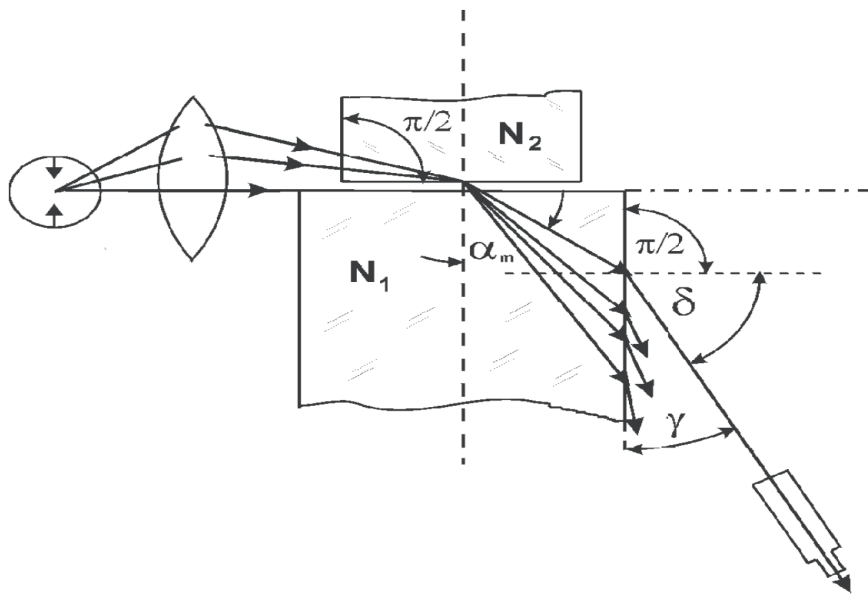
$$\sin \delta = \sin \left(\gamma + \frac{\pi}{2} \right) = \sqrt{N_1^2 - N_2^2}$$

$$\cos \gamma = \sqrt{N_1^2 - N_2^2}$$

$$\cos^2 \gamma = N_1^2 - N_2^2$$

A odtiaľto dopočítať index lomu N_2

$$N_2 = \sqrt{N_1^2 - \cos^2 \gamma} \quad (5)$$



Obr. 2: Schéma merania indexu lomu pevných látok Pulfrichovým refraktometrom

Tabuľka 1. Indexy lomu meracích hranolov GoF3 a VoF4 pre vybrané vlnové dĺžky s krajinou chybou $\Delta N_1 = 10^{-5}$ [2]

| | λ [nm] | N_1 GoF3 | N_1 VoF4 |
|---|----------------|------------|------------|
| C | 656,3 | 1,73268 | 1,73329 |
| d | 587,6 | 1,74042 | 1,74093 |
| e | 546,1 | 1,74676 | 1,74724 |
| F | 486,1 | 1,75955 | 1,75994 |
| g | 435,8 | 1,77591 | 1,77620 |
| h | 404,7 | 1,7906 | 1,73073 |

Tabuľka 2. Teplotné korekcie indexu lomu meracích hranolov GoF3 a VoF4

| hranol | $\frac{dN_1}{dt} 10^{-5}$ | | | | | | |
|--------|---------------------------|------|------|------|------|------|------|
| | t | C | d | e | F | g | h |
| GoF3 | 20 °C | 0,81 | 0,89 | 1 | 1,19 | 1,39 | 1,64 |
| VoF4 | 15 °C | 0,62 | 0,68 | 0,77 | 0,92 | 1,08 | 1,29 |
| | 20 °C | 0,63 | 0,69 | 0,78 | 0,93 | 1,09 | 1,3 |
| | 30 °C | 0,64 | 0,71 | 0,81 | 0,96 | 1,12 | 1,33 |
| | 40 °C | 0,66 | 0,73 | 0,81 | 0,98 | 1,15 | 1,36 |
| | 50 °C | 0,67 | 0,74 | 0,83 | 1 | 1,17 | 1,39 |

METÓDA VYCHYLOVACIA: Pri meraní indexu lomu N_2 vychyľovacou metódou použijeme V - hranol VoF4. Príruba VoF4 je usposobená tak, že umožňuje vyhrievanie hranolu pripojením na kvapalinový termostat. Teplotu kúpeľa zvyšujeme po 5 stupňoch a meriame teplomerom. Zo meraných uhlov γ pre jednotlivé vlnové dĺžky spočítame index lomu kvapaliny podľa vzťahu

$$N_2 = \sqrt{N_1^2 - \cos^2 \gamma} \quad (6)$$

Stredná disperzia μ je definovaná vzťahom [3]

$$\mu = n_F - n_C \quad (7)$$

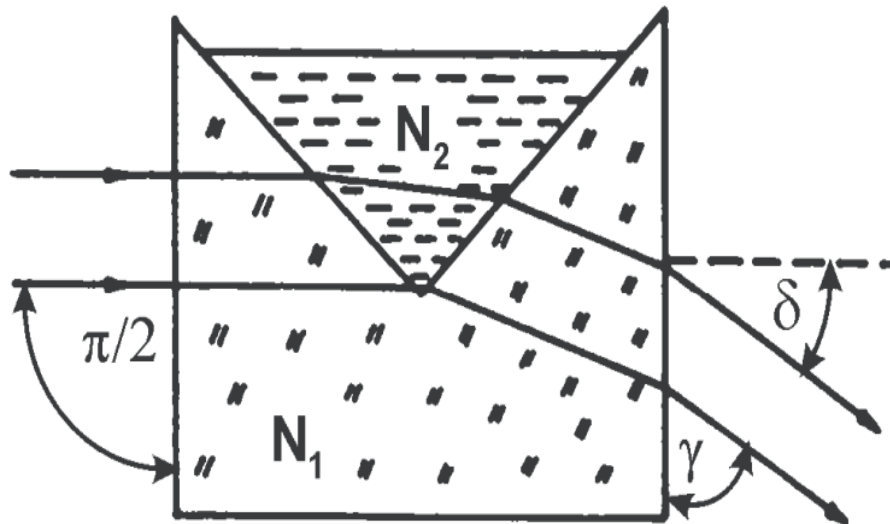
Relatívna stredná disperzia ν je definovaná vzťahom [3]

$$\nu = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} \quad (8)$$

Abbeovo číslo V udáva disperznú mohutnosť daného priehľadného prostredia v oblasti viditeľného svetla

$$V = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C} \quad (9)$$

kde n_D , n_F a n_C sú indexy lomu príslušného materiálu na vlnových dĺžkách odpovedajúcich Fraunhoferovým číslam $D = 589,2$ nm, $F = 656,3$ nm a $C = 486,1$ nm.



Obr. 3: Schéma merania indexu lomu pevných látok Pulfrichovým refraktometrom

3 Výsledky merania

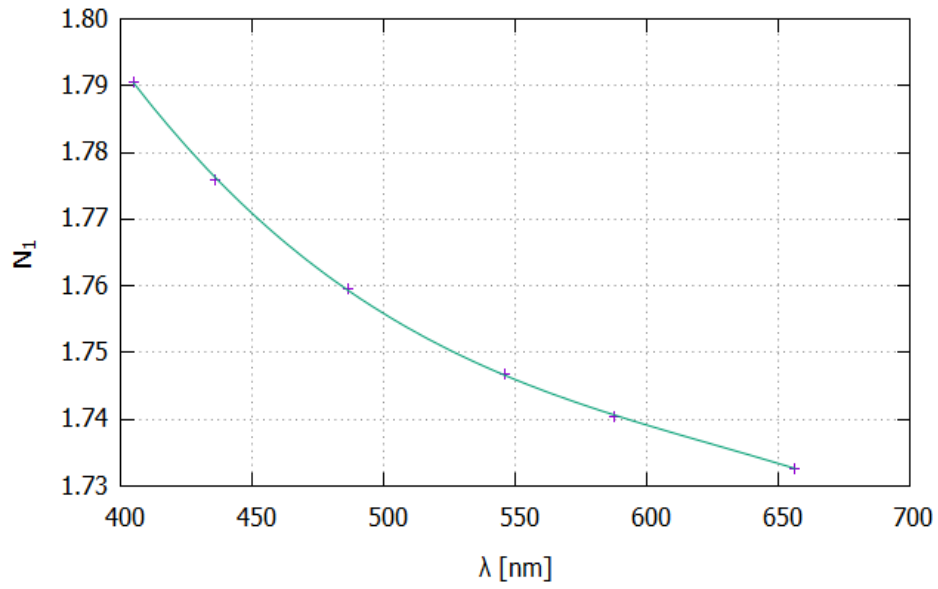
Z hodnôt v *Tabulke 1.* som vyniesla do grafu disperznú reláciu meracieho hranolu GoF3.

Stanovila som disperznú reláciu vzorky 5. Najprv som 3 - krát merala uhol lomu γ , vypočítala som aritmetický priemer nameraných hodnôt a doplnkový uhol δ k uhlu γ .

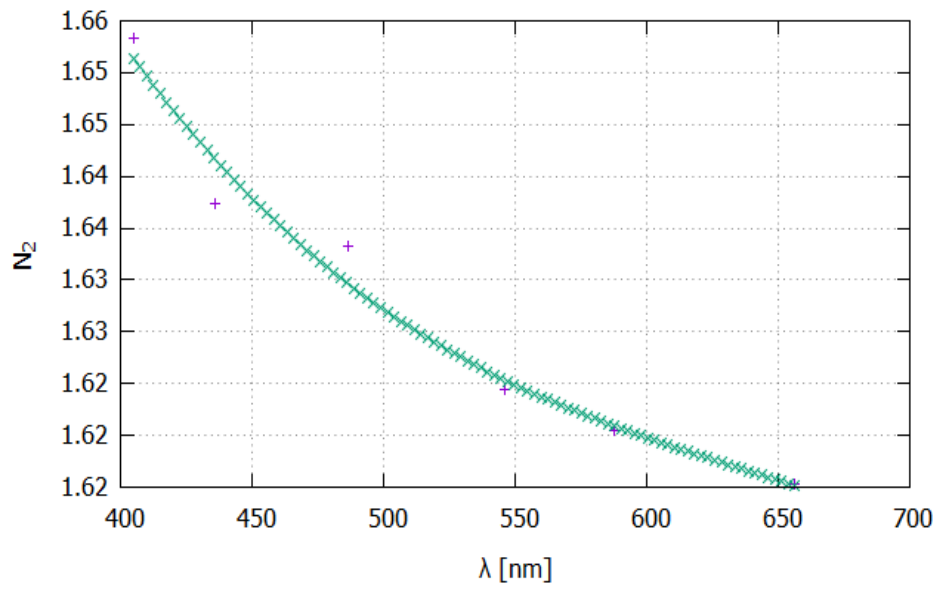
Tabulka 3. Namerané hodnoty uhlu lomu γ a doplnkový uhol δ k nemu

| | 1. meranie γ_1 | 2. meranie γ_2 | 3. meranie γ_3 | priemer $\bar{\gamma}$ | δ | δ [rad] |
|---|-----------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|-----------|----------------|
| e | 50° 2,9' | 50° 3,0' | 50° 3,0' | 50° 3,0' | 40° 57,0' | 0,715 |
| g | 47° 30,0' | 47° 29,0' | 47° 30,0' | 47° 29,7' | 43° 30,3' | 0,759 |
| h | 47° 30,3' | 47° 30,0' | 47° 29,9' | 47° 30,1' | 43° 29,9' | 0,759 |
| c | 51° 14,5' | 51° 10,0' | 51° 10,0' | 51° 11,5' | 39° 48,5' | 0,695 |
| d | 50° 35,0' | 50° 34,0' | 50° 34,0' | 50° 34,3' | 40° 25,7' | 0,706 |
| F | 50° 2,9' | 50° 4,2' | 50° 3,0' | 50° 3,4' | 40° 56,6' | 0,715 |

Index lomu N_2 vzorky 5 som vypočítala zo vzťahu (5). Chybu nepriameho merania $\sigma(N_2)$ som odvodila zo vzorcov nižšie, hodnotou $\frac{dN}{dt}$ som použila podľa *Tabulky 2.*



Obr. 4: Disperzná relácia meracieho hranolu GoF3



Obr. 5: Disperzná relácia optického skla 5

Tabuľka 4. Výpočet indexu lomu N_2 vzorky 5 z nameraného uhlu lomu γ pre vlnové dĺžky λ

| | N_1 | γ [rad] | N_2 | $\sigma(N_2)$ |
|---|---------|----------------|-----------------------|---------------|
| e | 1,74676 | 0,874 | $1,62445 \pm 0,98451$ | 60,6 % |
| g | 1,77591 | 0,829 | $1,64236 \pm 0,99621$ | 60,7 % |
| h | 1,79060 | 0,829 | $1,65827 \pm 0,99619$ | 60,1 % |
| C | 1,73268 | 0,893 | $1,61537 \pm 0,97673$ | 60,5 % |
| d | 1,74042 | 0,883 | $1,62040 \pm 0,98114$ | 60,5 % |
| F | 1,75955 | 0,874 | $1,63823 \pm 0,98447$ | 60,1 % |

$$\frac{\partial N_2}{\partial \gamma} = \frac{\sin 2\gamma}{\sqrt{N_1^2 - \cos^2 \gamma}}$$

$$\sigma(N_2) = \sqrt{\left(\frac{\partial N_2}{\partial \gamma}\right)^2 + \left(\frac{dN_1}{dt}\right)^2}$$

Stredná disperziu μ vypočítaná zo vzťahu (7) je rovná:

$$\mu = 0,023 \pm 0,019$$

Relatívnu chybu merania som určila zo vzťahu:

$$\sigma(\mu) = \sqrt{\sigma^2(n_F) + \sigma^2(n_C)}$$

Relatívna stredná disperzia ν vypočítaná podľa vťahu (8) je rovná

$$\nu = 0,037 \pm 0,038$$

Relatívna chyba nepriameho merania je určená relatívnymi chybami priamych meraní

$$\sigma(\mu) = \sqrt{\sigma^2(n_F) + \sigma^2(n_C) + \sigma^2(n_d)}$$

Abbeovo číslo V určené zo vzorca (9) je rovné

$$V = 25,13 \pm 25,95$$

Relatívna chyba merania $\sigma(V)$ je rovná relatívnej chybe $\sigma(\mu)$.

Tieto experimentálne hodnoty som porovnala s tabuľkovými hodnotami v [2] a identifikovala som meranú vzorku ST 4 TF752/275. Abbeovo číslo má tabuľkovú hodnotu $V = 27,5$.

Tabuľka 5. Porovnanie strednej disperzie μ a relatívnej disperziu ν meranej vzorky 5 s tabuľkovými hodnotami

| | $\mu_{tab.}$ | $\mu_{exp.}$ | | $\nu_{tab.}$ | $\nu_{exp.}$ |
|-------------|--------------|--------------|-------------------------------|--------------|--------------|
| $n_F - n_C$ | 0,02743 | 0,02287 | $\frac{n_F - n_d}{n_F - n_C}$ | 0,711 | 0,780 |
| $n_F - n_d$ | 0,01951 | 0,01783 | $\frac{n_F - n_e}{n_F - n_C}$ | 0,475 | 0,603 |
| $n_F - n_e$ | 0,01304 | 0,013780 | $\frac{n_g - n_F}{n_F - n_C}$ | 0,604 | 0,180 |
| $n_g - n_F$ | 0,01656 | 0,00413 | $\frac{n_d - n_C}{n_F - n_C}$ | 0,289 | 0,220 |
| $n_d - n_C$ | 0,00792 | 0,00504 | | | |

Pre tri vybrané vlnové dĺžky $\lambda_d = 587,6$ nm, $\lambda_e = 546,1$ nm a $\lambda_g = 435,8$ nm som vychylovacou metódou určila index lomu kvapaliny N_2 podľa vzorca (6). Teplotu som merala v rozsahu (14 - 50) ° C.

Index lomu kvapaliny som počítala podľa vzťahu (6). Chyby nepriamych merní som odvodila nižšie.

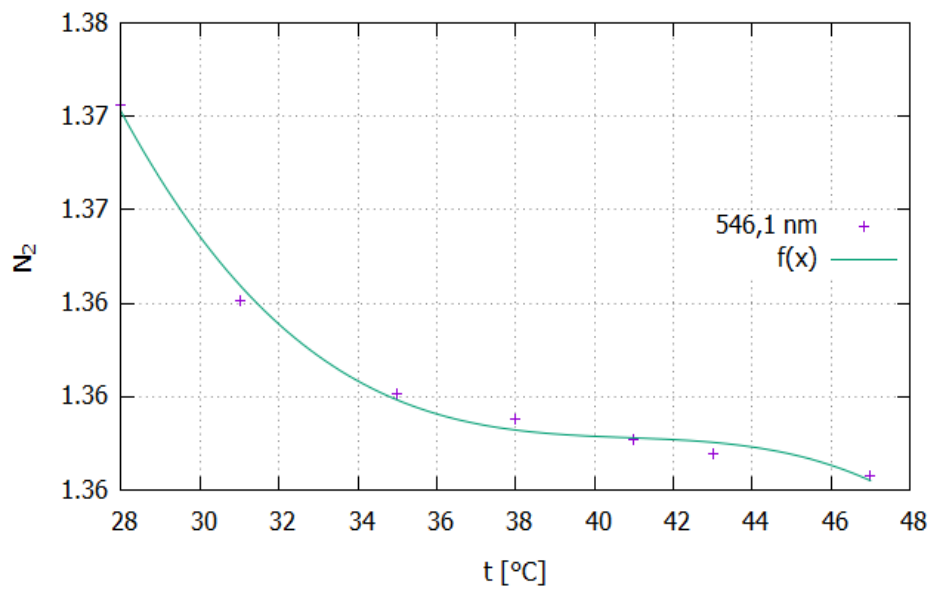
Tabuľka 6. Porovnanie strednej disperzie μ a relatívnej disperziu ν meranej vzorky 5 s tabuľkovými hodnotami

| λ [nm] | t [C] | γ | γ [rad] | N_2 | $\sigma(N_2)$ |
|----------------|---------|----------|----------------|-------------------|---------------|
| 546,1 | 17 | 41° 14′ | 0,720 | 1,36631 ± 0,63794 | 46,7 % |
| | 28 | 43° 0′ | 0,750 | 1,37562 ± 0,66008 | 48,0 % |
| | 31 | 41° 0′ | 0,716 | 1,36512 ± 0,63497 | 46,5 % |
| | 35 | 40° 1′ | 0,698 | 1,36019 ± 0,62234 | 45,8 % |
| | 38 | 39° 44′ | 0,693 | 1,35879 ± 0,61867 | 45,5 % |
| | 41 | 39° 31′ | 0,690 | 1,35774 ± 0,61585 | 45,4 % |
| | 43 | 39° 21′ | 0,687 | 1,35693 ± 0,61368 | 45,2 % |
| | 47 | 39° 6′ | 0,682 | 1,35573 ± 0,61040 | 45,0 % |
| 435,8 | 19 | 36° 24′ | 0,635 | 1,37129 ± 0,59120 | 43,1 % |
| | 29 | 35° 39′ | 0,622 | 1,36801 ± 0,58065 | 42,4 % |
| | 36 | 35° 18′ | 0,616 | 1,36651 ± 0,57570 | 42,1 % |
| | 39 | 35° 11′ | 0,614 | 1,36601 ± 0,57404 | 42,0 % |
| | 42 | 34° 32′ | 0,603 | 1,36329 ± 0,56477 | 41,4 % |
| | 45 | 34° 11′ | 0,597 | 1,36185 ± 0,55974 | 41,1 % |
| | 48 | 33° 8′ | 0,578 | 1,35763 ± 0,54455 | 40,1 % |
| 587,6 | 25 | 41° 45′ | 0,729 | 1,36283 ± 0,64268 | 47,2 % |
| | 30 | 41° 15′ | 0,720 | 1,36025 ± 0,63637 | 46,8 % |
| | 33 | 41° 0′ | 0,716 | 1,35898 ± 0,63320 | 46,6 % |
| | 37 | 40° 46′ | 0,712 | 1,35780 ± 0,63023 | 46,4 % |
| | 42 | 40° 23′ | 0,705 | 1,35588 ± 0,62533 | 46,1 % |
| | 46 | 40° 11′ | 0,701 | 1,35488 ± 0,62276 | 46,0 % |
| | 49 | 39° 56′ | 0,697 | 1,35365 ± 0,61953 | 45,8 % |

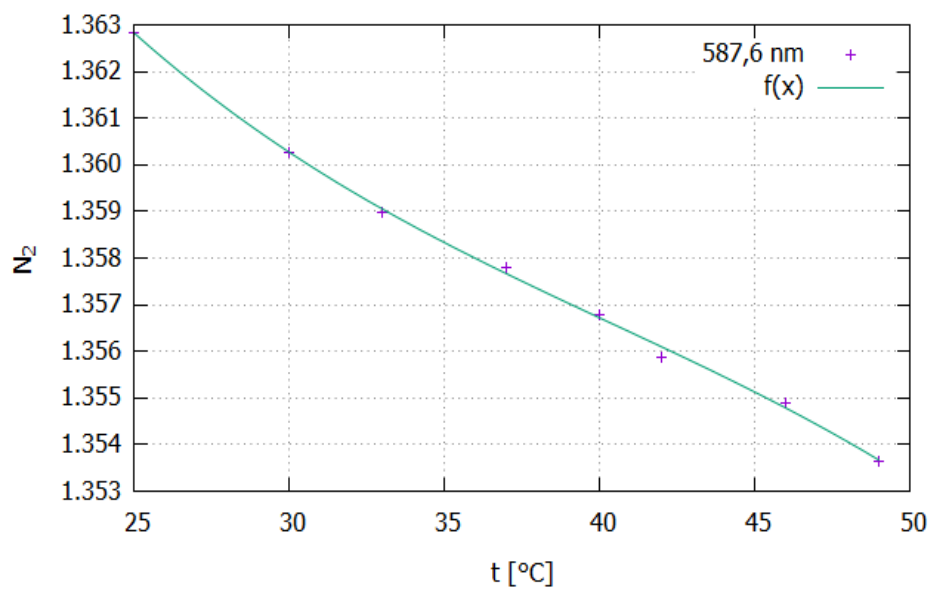
$$\frac{\partial N_2}{\partial \gamma} = \sin \gamma \left(\frac{\sin \gamma \sqrt{N_1^2 - \cos^2 \gamma} + \cos \gamma \frac{2 \cos \gamma \sin \gamma}{2\sqrt{N_1^2 - \cos^2 \gamma}}}{2\sqrt{N_1^2 - \cos \gamma \sqrt{N_1^2 - \cos^2 \gamma}}} \right) = \sin \gamma \left(\frac{N_1^2}{2\sqrt{N_1^2 - \cos \gamma \sqrt{N_1^2 - \cos^2 \gamma}} \sqrt{N_1^2 - \cos^2 \gamma}} \right) \quad (10)$$

4 Diskusia

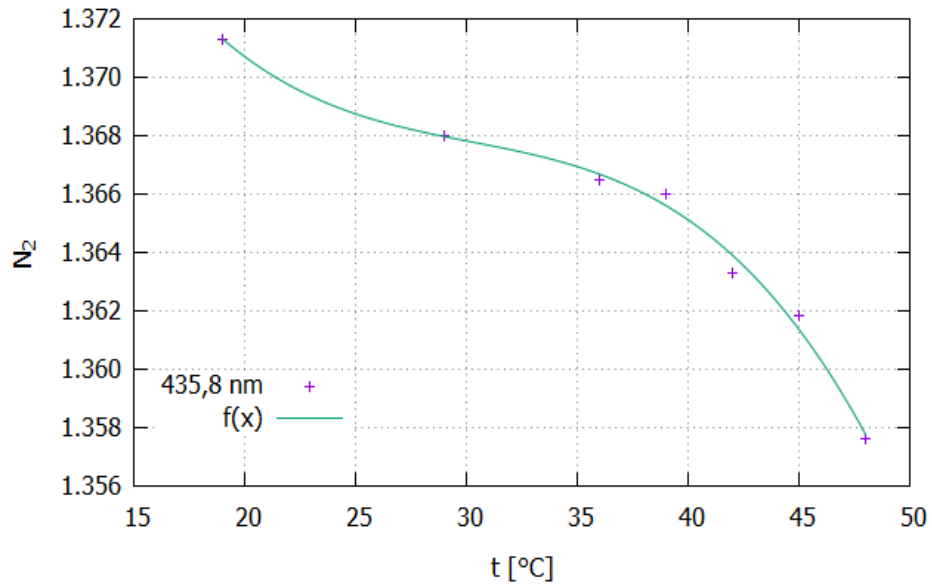
K chybe nepriamych meraní najviac prispela presnosť merania uhlu γ . Namerané hodnoty sú zaťažené pomerne veľkou relatívnou chybou,



Obr. 6: Teplotná závislosť indexu lomu pre vlnovú dĺžku 546,1 nm



Obr. 7: Teplotná závislosť indexu lomu pre vlnovú dĺžku 587,6 nm



Obr. 8: Teplotná závislosť indexu lomu pre vlnovú dĺžku 435,8 nm

5 Záver

1. Graficky som znázornila disperznú reláciu meracieho hranolu GoF3.
2. Graficky som znázornila závislosť indexu lomu na vlnovej dĺžke pre vzorku 5. Stredná disperzia je rovná

$$\mu = 0,023 \pm 0,019 \quad \sigma(\mu) = 85,2 \%$$

Relatívna stredná disperzia ν je rovná

$$\nu = 0,037 \pm 0,038 \quad \sigma(\mu) = 104,6 \%$$

Abbeovo číslo V je rovné prevrátenej hodnote relatívnej disperzie

$$\nu = 25,13 \pm 25,95 \quad \sigma(\mu) = 104,6 \%$$

Vzorku 5 som identifikovala podľa katalógového výpisu optických skiel [2].

6 Literatúra

1. https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_309.pdf

2. https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/pokyny/mereni_310.pdf
3. <https://fyzika.uniza.sk/wp-content/uploads/2019/02/GeoOptika.pdf>