

XXIV. Teplotná rozťažnosť v pevných látkach

Pracovná úloha

1. Určte koeficient teplotnej rozťažnosti hliníku, medi, mosazi a oceli.
2. Výsledky meraní znázornite graficky.
3. V prípade hliníku skúmajte závislosť predĺženia na počiatkovej dĺžke.

Teória

Teplotná dĺžková rozťažnosť

Teplotná dĺžková rozťažnosť je jav, pri ktorom sa dĺžka telesa zohriateho o určitú teplotu rozťahne v danom smere o určitú dĺžku. O dĺžkovej rozťažnosti má zmysel uvažovať najmä u pevných látok. Izotropné telesá majú dĺžkovú rozťažnosť vo všetkých smeroch rovnakú, preto je nutné daný smer špecifikovať. Zpravidla sa o dĺžkovej rozťažnosti hovorí u telies pretiahlého tvaru s jedným dĺžkovým rozmerom výrazne prevažujúci ostatné dva rozmery.

Predpokladajme, že určité teleso má pri teplote t_0 dĺžku l_0 a pri teplote t dĺžku l . Veľkosť dĺžkovej zmeny označíme $\Delta l = l - l_0$ a veľkosť zmeny teploty $\Delta t = t - t_0$. Pre malé teplotné rozdiely rozdiely možno vzťah medzi zmenou dĺžky a zmenou teploty priblížiť lineárnou závislosťou podľa [1]

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta t \quad (1)$$

Drobnou úpravou vzťahu (1) dostávame pre súčiniteľ dĺžkovej rozťažnosti

$$\alpha = \Delta l / \Delta t * 1 / l_0 \quad (2)$$

Kde $\Delta l / \Delta t$ je koeficient lineárnej regresie. Rozpísaním zmeny dĺžky možno vzťah zapísať v tvare

$$l = l_0(1 + \alpha \Delta t) \quad (3)$$

kde l_0 je dĺžka pri pevne zvolenej teplote, α je súčiniteľ dĺžkovej rozťažnosti.

Pracovný postup

Experiment prebiehal následovne. Vo vani s vodou bolo ponorené tepelné čerpadlo. Vaňa bola napojená hadicami na dutú tyč daného materiálu (hliník, meď, mosaz, ocel) tak, aby so zmenou teploty kvapaliny sa menila teplota tyče. Tyč bola umiestnená do stojanu, ktorý fixoval jeden koniec tyče tak aby pozorovanú dĺžkovú rozťažnosť sme mohli sledovať len na jednej strane tyče. Tam sa aj nachádzal merací prístroj, na ktorom bolo možné sledovať zmenu dĺžky tyče v závislosti na jej teplote. V prípade hliníku sme aj skúmali závislosť predĺženia na počiatkovej dĺžke.

Výsledky meraní

Na začiatok uvediem okolité podmienky:

Teplota: $t = (24 \pm 0.6)^\circ \text{C}$

Tlak: $p = 986, 2 \text{ hPa}$

Vlhkosť: 35%

Každá tyč, u ktorej sme merali predĺženie v závislosti na teplote mala počiatkovú dĺžku $l_0 = (600 \pm 1) \text{ mm}$.

Chybu pre súčiniteľ dĺžkovej rozťažnosti, ak nie je uvedené inak, som všade urči pomocou vzťahu

$$s_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\partial f^2}{\partial x_i} s_{x_i}^2}$$

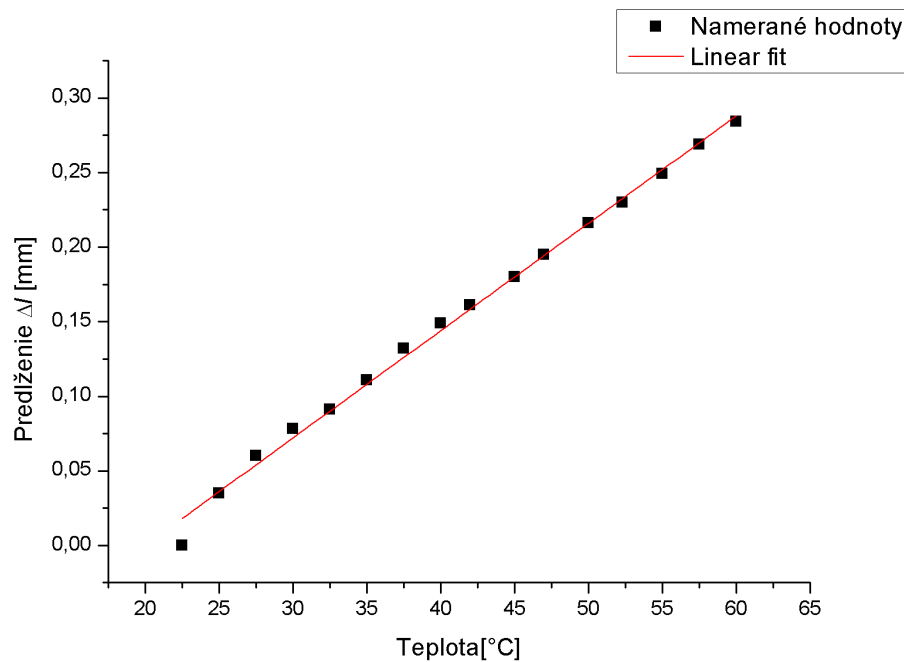
Oceľ

V tabuľke 1 uvádzam namerané hodnoty predĺženia ocelevej tyče v závislosti na teplote

Tabuľka 1

Číslo merania	Teplota $\pm 0,6[^\circ\text{C}]$	$\Delta l \pm 0,006[\text{mm}]$
1	22,5	0
2	25	0,035
3	27,5	0,06
4	30	0,078
5	32,5	0,091
6	35	0,111
7	37,5	0,132
8	40	0,149
9	42	0,161
10	45	0,18
11	47	0,195
12	50	0,216
13	52,3	0,23
14	55	0,249
15	57,5	0,269
16	60	0,284

Neistotu namerných hodnôt som určil podľa [3] ako najmenší dielik meracieho prístroja krát $1/\sqrt{3}$. Závislosť zmeny dĺžky ocelevej tyče na teplote je znázornená na grafe 1.



Graf 1: Závislosť predĺženia ocelevej tyče na teplote

Koeficient $\Delta l/\Delta t = (7,21 \pm 0,13)10^{-6}m.K^{-1}$ som určil z lineárnej regresie. Chybu regresie som určil pomocou programu Origin 8. Potom pre koeficient α podľa vzťahu (2) platí:

$$\alpha_{ocel} = (12,0 \pm 0,22).10^{-6}K^{-1}$$

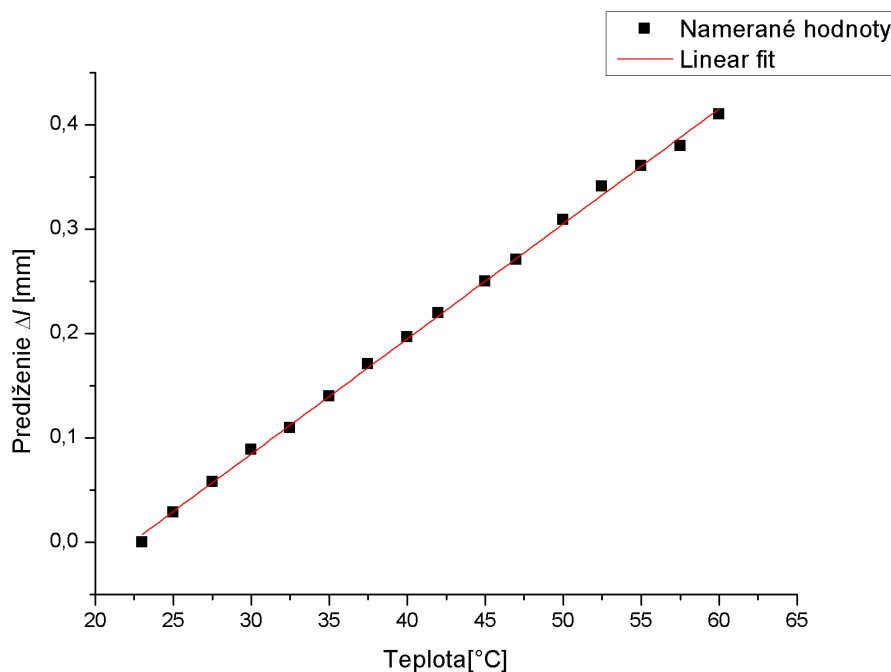
Mosaz

V tabuľke 2 uvádzam namerané hodnoty predĺženia ocelevej tyče v závislosti na teplote. Neistotu nameraných hodnôt som určil rovnako ako v prípade ocele.

Tabuľka 2

Číslo merania	Teplota $\pm 0,6[^\circ\text{C}]$	$\Delta l \pm 0,006[\text{mm}]$
1	23	0
2	25	0,029
3	27,5	0,058
4	30	0,089
5	32,5	0,11
6	35	0,14
7	37,5	0,171
8	40	0,197
9	42	0,22
10	45	0,25
11	47	0,271
12	50	0,309
13	52,5	0,341
14	55	0,361
15	57,5	0,38
16	60	0,41

Závislosť zmeny dĺžky mosaznej tyče na teplote je znázornená na grafe 2.



Graf 2: Závislosť predĺženia mosaznej tyče na teplote

Koeficient $\Delta l/\Delta t = (11,02 \pm 0,98)10^{-6}$ som určil z lineárnej regresie. Chybu regresie som určil pomocou programu Origin 8 Potom pre koeficient α podľa vzťahu (2) platí:

$$\alpha_{mosaz} = (18,37 \pm 1,63) \cdot 10^{-6} K^{-1}$$

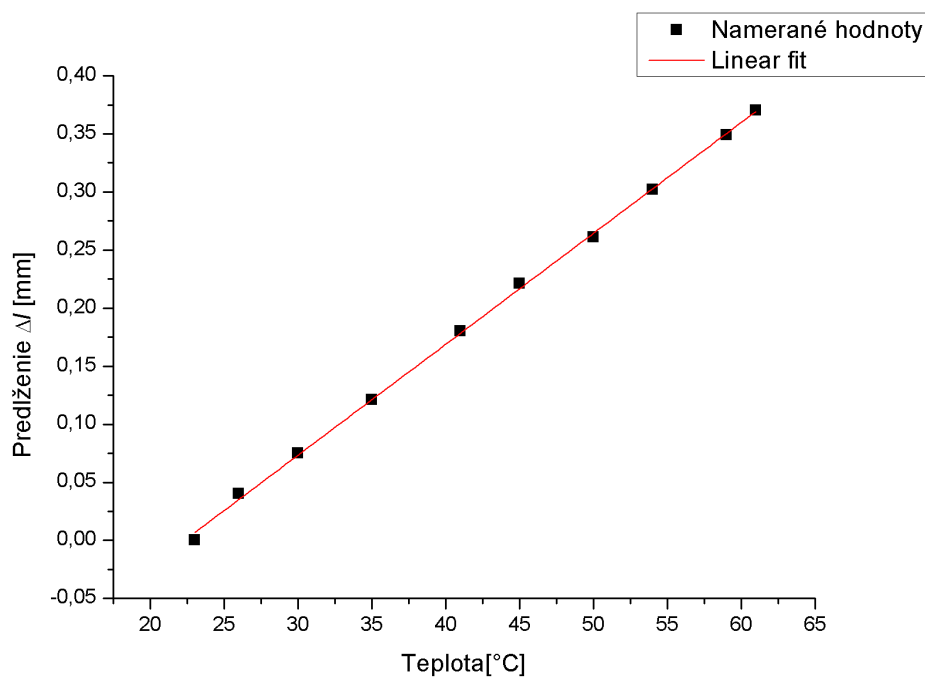
Meď

V tabuľke 3 uvádzam namerané hodnoty predĺženia medenej tyče v závislosti na teplote. Neistotu nameraných hodnôt som určil rovnako ako v prípade ocele.

Tabuľka 3

Číslo merania	Teplota $\pm 0,6[^\circ\text{C}]$	$\Delta l \pm 0,006[\text{mm}]$
1	23	0
2	26	0,040
3	30	0,075
4	35	0,121
5	41	0,18
6	45	0,221
7	50	0,261
8	54	0,302
9	59	0,349
10	61	0,37

Závislosť zmeny dĺžky mosaznej tyče na teplote je znázornená na grafe 3.



Graf 3: Závislosť predĺženia medenej tyče na teplote

Koeficient $\Delta l/\Delta t = (9,55 \pm 0,88)10^{-6}m.K^{-1}$ som určil z lineárnej regresie. Chybu regresie som určil pomocou programu Origin 8. Potom pre koeficient α podľa vzťahu (2) platí:

$$\alpha_{med} = (15,92 \pm 0,88).10^{-6}K^{-1}$$

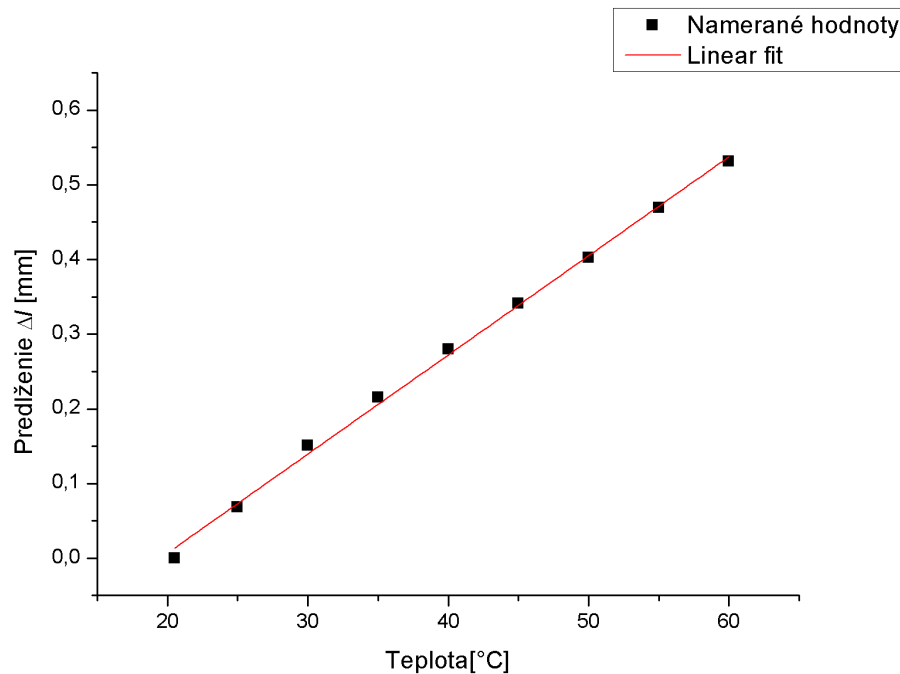
Hliník

V tabuľke 4 uvádzam namerané hodnoty predĺženia medenej tyče v závislosti na teplote. Neistotu nameraných hodnôt som určil rovnako ako v prípade ocele.

Tabuľka 4

Číslo merania	Teplota $\pm 0,6[^\circ\text{C}]$	$\Delta l \pm 0,006[\text{mm}]$
1	20,5	0
2	25	0,068
3	30	0,151
4	35	0,215
5	40	0,28
6	45	0,341
7	50	0,402
8	55	0,469
9	60	0,531

Závislosť zmeny dĺžky mosaznej tyče na teplote je znázornená na grafe 4.



Graf 4: Závislosť predĺženia hliníkovej tyče na teplote

Koeficient $\Delta l/\Delta t = (13,27 \pm 0,22)10^{-6}m.K^{-1}$ som určil z lineárnej regresie. Chybu regresie som určil pomocou programu Origin 8. Potom pre koeficient α podľa vzťahu (2) platí:

$$\alpha_{hlinik} = (22,12 \pm 0,37).10^{-6}K^{-1}$$

V prípade hliníku sme mali ešte skúmať závislosť predĺženia na počítateľnej dĺžke. Takto je možné overiť platnosť vzťahu (2) pre výpočet koeficientu α . Pri zmene teploty o $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ bola pre počítateľnú dĺžku $l_{01} = (400 \pm 1)mm$ resp. $l_{02} = (200 \pm 1)mm$ nameraná zmena dĺžky $\Delta l_1 = (0,188 \pm 0,006)mm$ resp. $l_2 = (0,096 \pm 0,006)mm$. Potom pre koeficienty α podľa vzťahu (2) platí:

$$\alpha_1 = (23,50 \pm 0,75).10^{-6}K^{-1}, \alpha_2 = (24,00 \pm 1,47).10^{-6}K^{-1}$$

Chybu sme vypočítali podľa vzťahu $s_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{\partial f^2}{\partial x_i} s_{x_i}^2}$

Diskusia

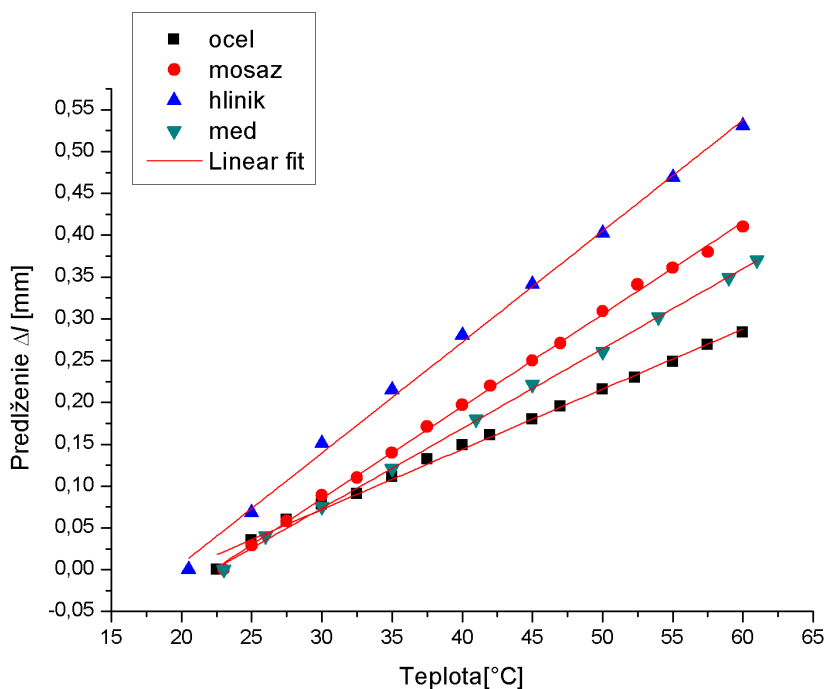
V prvej úlohe sme mali zistiť súčiniteľ dĺžkovej rozťažnosti jednotlivých kovov. Na začiatok v tabuľke 5 uvediem porovnanie namerných a tabuľkových hodnôt súčiniteľov dĺžkovej rozťažnosti z [2].

Tabuľka 5

	$\alpha_{tabulkove} * 10^{-6} [K^{-1}]$	$\alpha_{namerane} * 10^{-6} [K^{-1}]$
Oceľ	13	$(12,00 \pm 0,22)$
Mosaz	18,7	$(18,37 \pm 1,63)$
Med'	16,5	$(15,92 \pm 0,88)$
Hliník	22,2	$(22,12 \pm 0,37)$

V tabuľke 5 vidíme, že okrem ocele, sme sa pri všetkých kovoch trafili vrámci chyby do tabuľkových hodnôt. Tieto chyby mohli byť spôsobené viacerými faktormi. Nepresnosť mohlo spôsobiť napríklad to, že kvôli nedostatku času sme nemohli nechať aparáturu ustáliť na danú teplotu, pretože teplota kvapaliny nemusela byť rovnaká ako bola teplota tyče. Preto sme máme namerných menej hodnôt u hliníku a medi. Tyč taktiež nebola dokonale izolovaná, takže určite dochádzalo k ochladzovaniu vonkajším prostredím. Namerané hodnoty sa môžu od tabuľkových hodnôt líšiť najmä u zliatín ako oceľ a mosaz, pretože chemické zloženie našich kovov mohlo byť iné ako chemické zloženie kovov uvedených v [2].

V druhej úlohe sme mali výsledky meraní zobrazit' graficky. V grafe 5 je zobrazená pre lepšie porovnanie závislosti predĺženia všetkých meraných kovov na teplote.



Graf 5: Závislosť predĺženia všetkých merných kovov na teplote

V tretej úlohe sme mali u hliníku skúmať závislosť predĺženia na počiatkovej dĺžke. Namerné hodnoty dĺžkovej rozťažnosti sa líšia od tabuľkových hodnôt najmä kvôli nepresnému odmeraniu zmeny teploty Δt . Ďalšie chyby sú rovnaké ako v úlohe 1. Zároveň ale sme približne dokázali, že závislosť predĺženia na počiatkovej dĺžke je lineárne závislá.

Záver

Zistené koeficienty teplotnej rozťažnosti:

$$\alpha_{ocel} = (12,0 \pm 0,22) \cdot 10^{-6} K^{-1}$$

$$\begin{aligned}\alpha_{mosaz} &= (18,37 \pm 1,63) \cdot 10^{-6} K^{-1} \\ \alpha_{med} &= (15,92 \pm 0,88) \cdot 10^{-6} K^{-1} \\ \alpha_{hlinik} &= (22,12 \pm 0,37) \cdot 10^{-6} K^{-1}\end{aligned}$$

Zistené koeficienty teplotnej rozťažnosti hliníku pre premennú dĺžku trubice:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= (23,50 \pm 0,75) \cdot 10^{-6} K^{-1} \\ \alpha_2 &= (24,00 \pm 1,47) \cdot 10^{-6} K^{-1}\end{aligned}$$

Literatúra

- [1] D.Slavínská a kol.: Fyzikální praktikum I., SPN, Praha 1989.
- [2] Brož, J., Roskovec, V., Valouch, M.: Fyzikální a matematické tabulky. SNTL, Praha 1980.
- [3] English, J.; Zpracování výsledků fyzikálních měření, LS 1999/2000