

XXIV Teplotní roztažnost pevných látek

Pracovní úkol

1. Změřte závislost prodloužení tyče na teplotě. Měření proveďte pro čtyři různé materiály.
2. Výsledky měření zpracujte metodou lineární regrese a graficky znázorněte.
3. Určete koeficient teplotní roztažnosti měřených materiálů.

Teorie

Teplotní délková roztažnost

Teplotní délková roztažnost je jev, o kterém má smysl hovořit pouze ve spojitosti s pevnými látkami. Dochází při něm ke změně délky tělesa v závislosti na teplotě, na kterou je těleso zahřáto. Teplotní délkovou roztažnost uvažujeme zpravidla u těles, jejichž jeden rozměr je výrazně větší než zbývající dva (např. tyč, drát...).

Předpokládejme, že těleso má při určité teplotě t_0 délku l_0 . Ohřejeme-li toto těleso na jinou teplotu t , bude mít délku l . Označme $\Delta l = l - l_0$ a $\Delta t = t - t_0$.

Pro malé rozsahy teplot platí vztah mezi rozdílem teplot a prodloužením tyče ^[1]:

$$\Delta l = l_0 \alpha \Delta t \quad (1)$$

kde α značí součinitel délkové teplotní roztažnosti.

Úpravou vztahu (1) získáme vztah pro výpočet koeficientu α :

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta t} \quad (2)$$

Výraz $\frac{\Delta l}{\Delta t}$ je zde koeficientem lineární regrese.

Pro délku l pak platí:

$$l = l_0(1 + \alpha \Delta t) \quad (3)$$

Pracovní postup

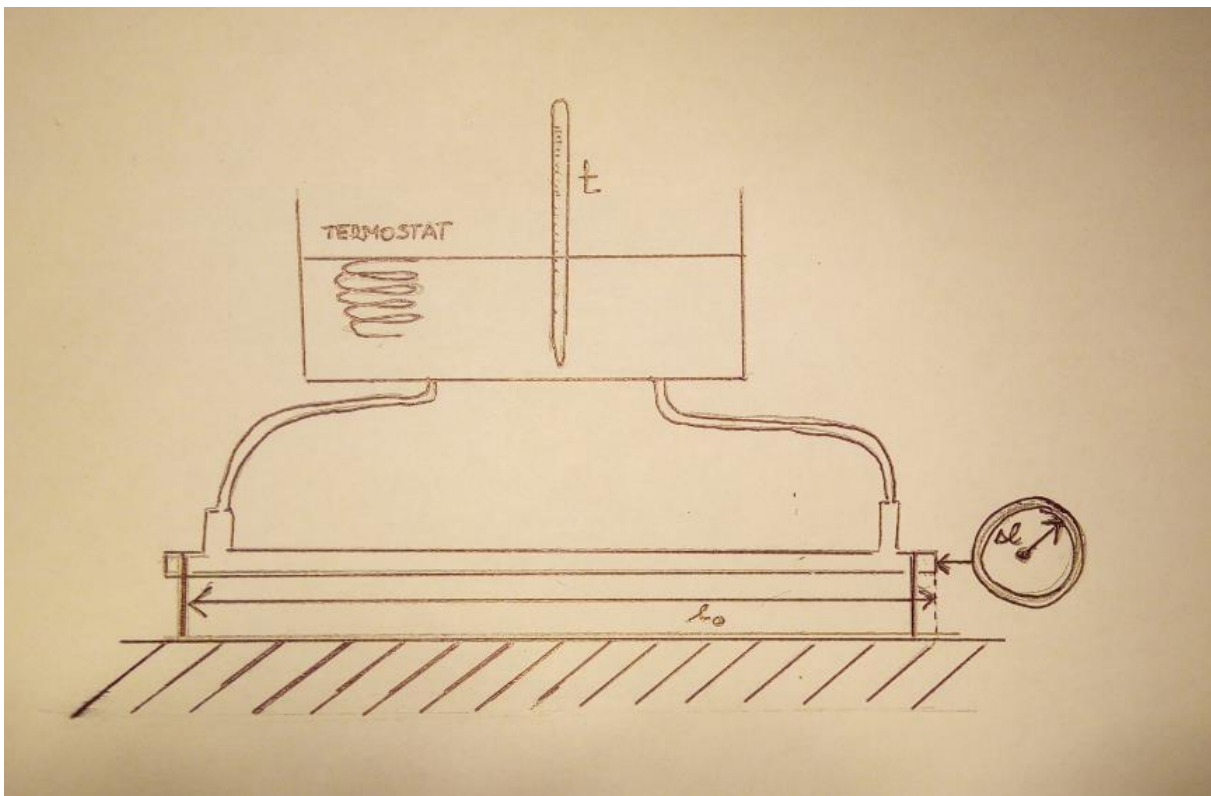
Dutou tyč z daného materiálu jsme upevnili do stojanu a pomocí hadiček pro přívod a odvod vody ji propojili s vanou s termostatem.

Tyč byla ve stojanu na jednom konci upnuta pevně, na druhém se mohla volně pohybovat ve směru prodloužení; zde se jí dotýkal pevně upnutý výchylkoměr, který nám umožňoval měřit změnu délky tyče Δl .

Abychom zabránili nežádoucí tepelné výměně mezi tyčí a okolím, byla zkoumaná tyč obalena po celé délce pěnovou izolací.

Počáteční délka tyče l_0 při teplotě $t_0 = 20^\circ\text{C}$ byla měřena od bodu pevného upnutí tyče po bod dotyku s výchylkoměrem (jak je vyznačeno na obrázku 1).

Sestavení měřící aparatury je zřejmé z obrázku 1:



Obr. 1: Měřící aparatura

Pro úplnost dodáme, že teplota v laboratoři činila při měření $(24,9 \pm 0,1)^\circ\text{C}$, tlak v místnosti $(100\,073,5 \pm 0,1)\text{ Pa}$ a vlhkost vzduchu činila $(28,6 \pm 0,1)\%$.

Výsledky měření

Měření jsme prováděli pro čtyři různé materiály: měď (Cu), mosaz (CuZn), ocel (Fe) a hliník (Al).

Nejdříve jsme pomocí pásma změřili délky tyčí l_0 při počáteční teplotě $t_0 = 20^\circ\text{C}$:

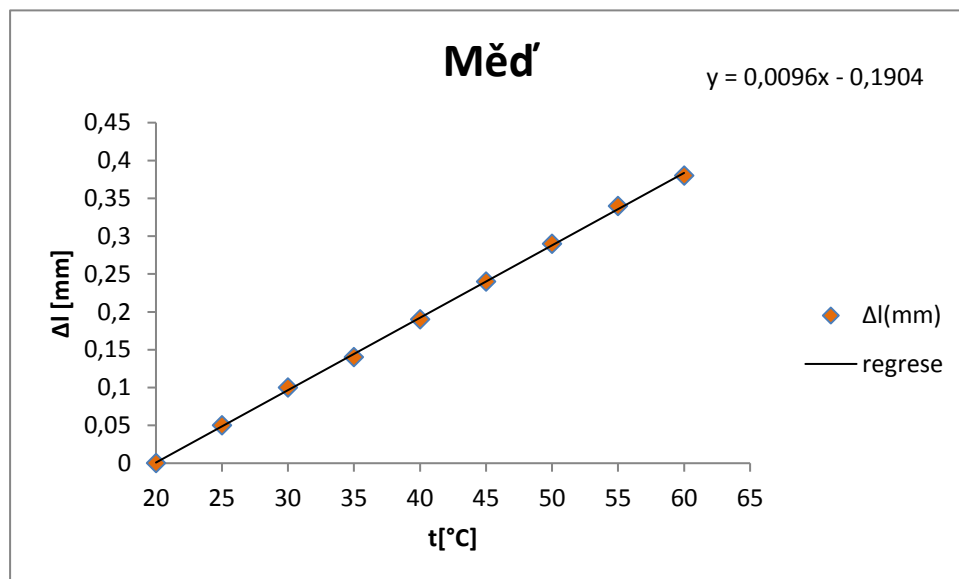
$$l_{0\text{Cu}} = l_{0\text{CuZn}} = l_{0\text{Fe}} = l_{0\text{Al}} = (599 \pm 1) \text{ mm}$$

Následně jsme měřili závislost prodloužení jednotlivých tyčí na teplotě v rozmezí teplot $20^\circ\text{C} - 60^\circ\text{C}$.

Naměřené výsledky najdete v následujících grafech a tabulkách:

Tabulka 1: Závislost Δl na t pro měď

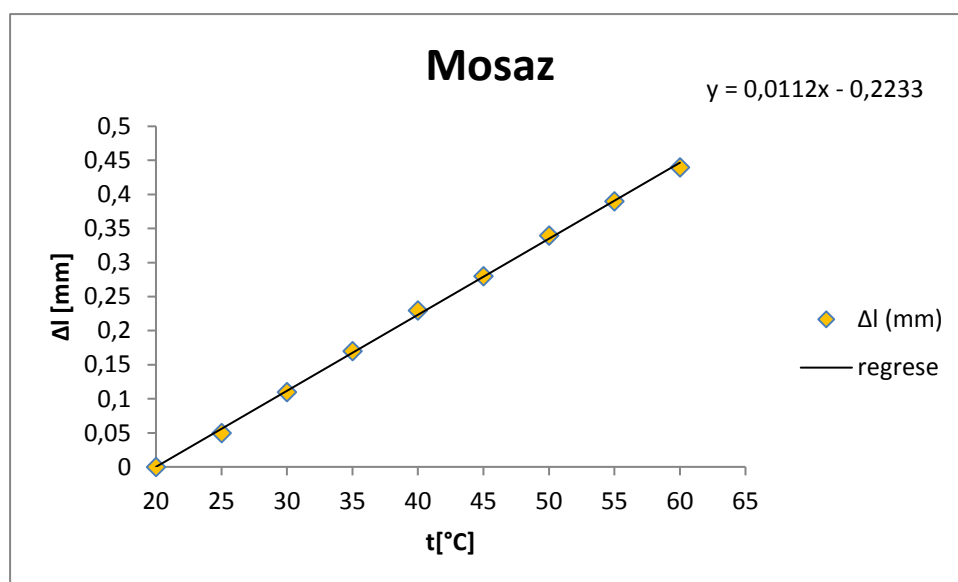
t [$^\circ\text{C}$]	Δl [mm]
20	0
25	0,05
30	0,10
35	0,14
40	0,19
45	0,24
50	0,29
55	0,34
60	0,38



Graf 1: Závislost Δl na t pro měď s rovnicí regresní přímky

Tabulka 2: Závislost Δl na t pro mosaz

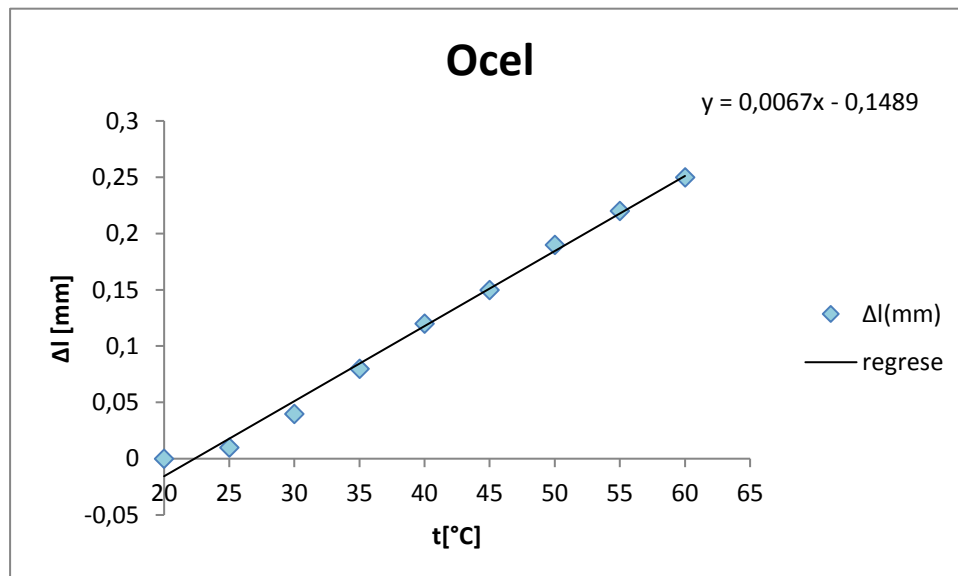
t [°C]	Δl [mm]
20	0
25	0,05
30	0,11
35	0,17
40	0,23
45	0,28
50	0,34
55	0,39
60	0,44



Graf 2: Závislost Δl na t pro mosaz s rovnicí regresní přímky

Tabulka 3: Závislost Δl na t pro ocel

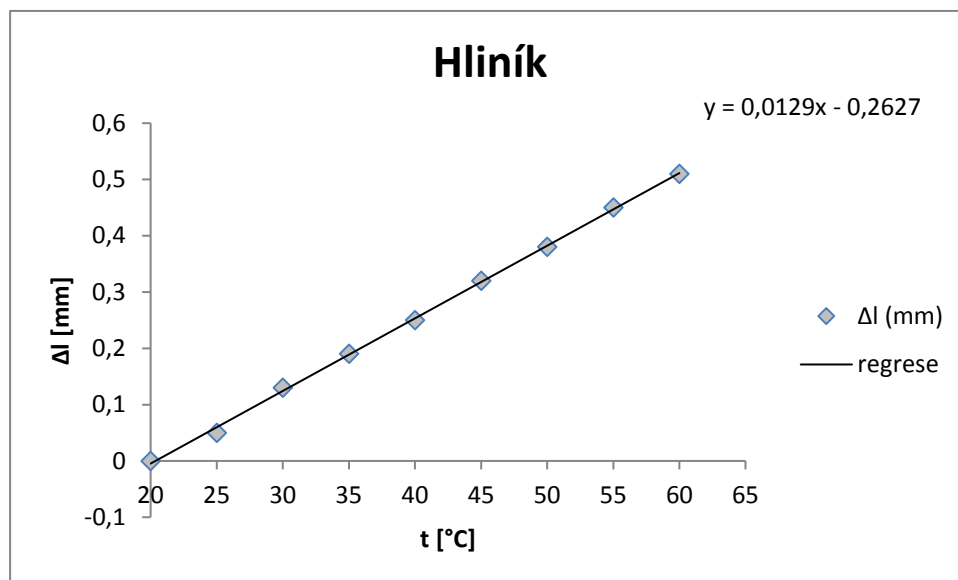
t [°C]	Δl [mm]
20	0
25	0,01
30	0,04
35	0,08
40	0,12
45	0,15
50	0,19
55	0,22
60	0,25



Graf 3: Závislost Δl na t pro ocel s rovnicí regresní přímky

Tabulka 4: Závislost Δl na t pro hliník

t [°C]	Δl [mm]
20	0
25	0,05
30	0,13
35	0,19
40	0,25
45	0,32
50	0,38
55	0,45
60	0,51



Graf 4: Závislost Δl na t pro hliník s rovnicí regresní přímky

Všechny hodnoty Δl byly určeny s přesností $\pm 0,01$ mm, všechny teploty t byly určeny s přesností $\pm 1^\circ\text{C}$.

Nyní zbývá určit koeficienty α pro všechny čtyři zkoumané materiály. Rovnici regresní přímky můžeme zapsat ve tvaru: $\Delta l = At + B$. Koeficienty regrese i s chybami jsou uvedeny v Tabulce 5:

Tabulka 5: Koeficienty lineární regrese a jejich chyby

	regrese Cu	regrese CuZn	regrese Fe	regrese Al
<i>A</i>	0,0094 ± 0,0001	0,0112 ± 0,0001	0,0066 ± 0,0002	0,0129 ± 0,0001
<i>B</i>	-0,1904 ± 0,0035	-0,2233 ± 0,0052	-0,1489 ± 0,0091	-0,2627 ± 0,0056

Tyto hodnoty byly získány pomocí programu Microsoft Excel 2010.

Koeficient *B* závisí na volbě vztažné soustavy a nemá pro nás fyzikální význam. Pro koeficient *A* platí:

$$\alpha = \frac{A}{l_0} \quad (4)$$

Chybu určení koeficientu α značenou σ_α určíme ze vztahu

$$\sigma_\alpha^2 = \left(\frac{\alpha}{A}\right)^2 \sigma_A^2 + \left(\frac{\alpha}{l_0}\right)^2 \sigma_{l_0}^2 \quad (5)$$

kde σ_A je chyba regresního koeficientu *A* a σ_{l_0} je chyba určení výchozí délky tyče l_0 .

Hodnoty takto vypočítaného koeficientu α jsou vypsány v následující tabulce, pro porovnání jsou uvedeny i tabelované hodnoty [2]:

Tabulka 6: Koeficienty délkové tepelné roztažnosti α

	$\alpha [10^{-5}K^{-1}]$	$\sigma_\alpha [10^{-5}K^{-1}]$	$\alpha [10^{-5}K^{-1}]$ tabulková
Měď	1,596	0,013	1,7
Mosaz	1,870	0,017	1,8
Ocel	1,102	0,034	1,2
Hliník	2,154	0,017	2,4

Diskuze výsledků

Očekávali jsme, že závislost $\Delta l = f(t)$ bude lineární^[3], což jsme skutečně ve všech čtyřech případech naměřili.

Rovněž jsme dosáhli dobré shody s tabelovanými hodnotami koeficientu α .

Odchyly od tabulkových hodnot lze vysvětlit tím, že neznáme přesné chemické složení materiálů, ze kterých byly zkoumané tyče vyrobeny; zejména u slitin jako

jsou mosaz a ocel se chemické složení „našich“ slitin nemusí shodovat s chemickým složením slitin použitých pro výpočet tabulkových hodnot. Ale ani u tyčí z mědi a hliníku nevíme, zda neobsahovaly nějakou příměs.

Dalším faktorem, který mohl nepříznivě ovlivnit přesnost měření, byl nedostatek času, v důsledku čehož mohlo dojít k odečítání hodnot z výchylkoměru, aniž by se jeho ručička ustálila.

Měření by se dalo zpřesnit také přesnější regulací teploty termostatu.

Co se týče teplotní roztažnosti samotného stojanu, tento faktor zřejmě do výsledků zasahoval jen minimálně, jelikož stojan je vyroben z kovu, který velmi dobře odvádí teplo do okolí a sám se téměř nezahřívá. Abychom zabránili úniku tepla ze zkoumaných tyčí do okolí, obalili jsme je po celé délce pěnovou izolací, čímž jsme minimalizovali další možný zdroj chyby.

Závěr

Podařilo se nám určit koeficienty délkové teplotní roztažnosti pro měď $\alpha_{Cu} = (1,596 \pm 0,013) 10^{-5} K^{-1}$, pro mosaz $\alpha_{CuZn} = (1,870 \pm 0,017) 10^{-5} K^{-1}$, pro ocel $\alpha_{Fe} = (1,102 \pm 0,034) 10^{-5} K^{-1}$ a pro hliník $\alpha_{Al} = (2,154 \pm 0,017) 10^{-5} K^{-1}$. Dosáhli jsme dobré shody s tabelovanými hodnotami a ověřili jsme, že závislost mezi teplotou a změnou délky je lineární.

Seznam použité literatury

[1] Kolektiv ZFP KVOF MFF UK. Studijní text k měření Teplotní roztažnost pevných látek [cit. 14. 3. 2018]. URL:

http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_124.pdf

[2] J. Mikulčák a kol.: Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy, SPN, dotisk 1. vydání, Praha 1988, str. 131

[3] Wikipedie, otevřená encyklopedie. Teplotní roztažnost [cit. 14. 3. 2018]. URL:

https://cs.wikipedia.org/wiki/Teplotn%C3%AD_rozta%C5%BEnost

