

## 1 Pracovní úkol

1. Změřte závislost prodloužení tyče na teplotě. Měření proveďte pro čtyři různé materiály.
2. Výsledky měření zpracujte metodou lineární regrese a graficky znázorněte.
3. Určete koeficient teplotní roztažnosti měřených materiálů.

## 2 Teorie

Teplotní roztažnost je fyzikální jev, při kterém se s měnící se teplotou mění objem dané látky [1]. Zahříváme-li látku, pak se obvykle s rostoucí teplotou roztahuje (naplatí pro všechny látky, například pro vodu v rozmezí teplot  $0-3,8^\circ\text{C}$ , tento jev pak nazýváme anomálií objemové teplotní roztažnosti [2]). Na určitém rozsahu teplot, který není příliš velký a nedochází na něm ke skupenským přeměnám látky, je součinitel teplotní objemové roztažnosti dán vztahem [3]

$$\beta = \frac{1}{V_0} \left( \frac{\partial V}{\partial T} \right)_p, \quad (1)$$

kde  $t$  je teplota tělesa,  $V_0$  jeho počáteční objem,  $V$  značí objem a  $p$  tlak okolí. Jednotkou je  $\text{K}^{-1}$ . Pro objem látky platí vztah

$$V = V_0 (1 + \beta \Delta T), \quad (2)$$

kde  $V$  je objem tělesa při měřené teplotě  $T$ .

Pro tělesa, u kterých převažuje jeden rozměr nad ostatními mluvíme o délkové teplotní roztažnosti a zavádíme koeficient teplotní délkové roztažnosti, který je dán vztahem

$$\alpha = \frac{1}{l_0} \left( \frac{\partial l}{\partial T} \right)_p, \quad (3)$$

kde  $l_0$  je počáteční délka tělesa. Jeho jednotkou je opět  $\text{K}^{-1}$ . Obdobně jeho délka je dána vztahem

$$l = l_0 (1 + \beta \Delta T), \quad (4)$$

přičemž  $l$  je jeho současná délka při teplotě  $T$ . Známe-li změnu délky tyče, či podobného tělesa, u nějž převažuje jeden rozměr nad ostatními spočítat dle vztahu

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta T}. \quad (5)$$

Pro izotropní tělesa platí s dobrým přiblížením vztah mezi délkovou a objemovou teplotní roztažností ve tvaru

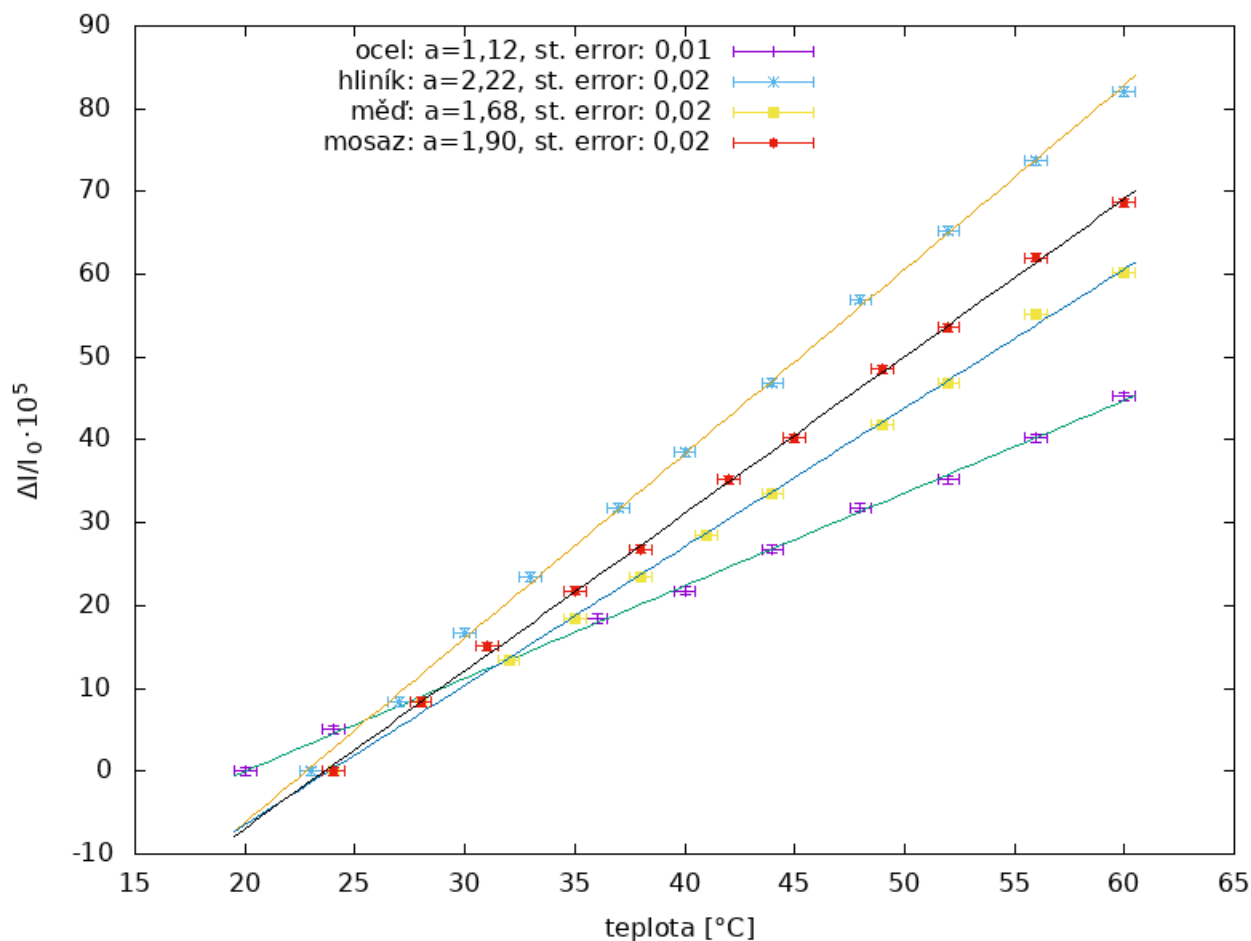
$$\beta = 3\alpha. \quad (6)$$

## 3 Výsledky měření

Měření bylo prováděno na tyči upevněné na držáku udržované při konstantní teplotě termostatem Haake, teplota byla měřena kapalinovým teploměrem s přesností  $0,5^\circ\text{C}$  (polovina nejmenšího dílku), délka  $l_0$  s přesností  $0,1\text{ mm}$  [4] a změna délky  $\Delta l$  úchytkoměrem s přesností  $0,01\text{ mm}$  [5].

Tabulka 1: Naměřené hodnoty

ocel ( $l_0 = 59,7 \text{ cm}$ )		hliník ( $l_0 = 59,7 \text{ cm}$ )		měď ( $l_0 = 59,7 \text{ cm}$ )		mosaz ( $l_0 = 59,7 \text{ cm}$ )	
$t [^\circ\text{C}]$	$\Delta l [\cdot 10^{-5} \text{ m}]$	$t [^\circ\text{C}]$	$\Delta l [\cdot 10^{-5} \text{ m}]$	$t [^\circ\text{C}]$	$\Delta l [\cdot 10^{-5} \text{ m}]$	$t [^\circ\text{C}]$	$\Delta l [\cdot 10^{-5} \text{ m}]$
20	0	23	0	23	0	24	0
24	3	27	5	27	5	28	5
28	5	30	10	30	8	31	9
32	8	33	14	33	11	35	13
36	11	37	19	37	14	38	16
40	13	40	23	40	17	42	21
44	16	44	28	44	20	45	24
48	19	48	34	48	25	49	29
52	21	52	39	52	28	52	32
56	24	56	44	56	33	56	37
60	27	60	49	60	36	60	41



Graf 1: Závislost relativního prodloužení drátu na teplotě

Odchylka měření koeficientu délkové teplotní roztažnosti jednoho materiálu lze stanovit dle vztahu

$$\sigma_{\alpha_{latky}} = \alpha \sqrt{\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta dl}{dl}\right)^2}, \quad (7)$$

kde  $dl$  značí změnu délky změřenou úchylkoměrem mezi koncovým a počátečním stavem,  $dt$  změnu teploty mezi koncovým a počátečním stavem,  $\Delta dt$  chybu měření teploty a  $\Delta dl$  chybu měření změny délky.

Celkovou chybu měření pak určíme dle vztahu

$$\sigma_{celk} = \alpha \sqrt{\sigma_{\alpha_{latky}}^2 + \sigma_x^2} \quad (8)$$

kde  $\sigma_x$  značí standardní statistickou chybu fitu.

Tabulka 2: Naměřené hodnoty jednotlivých koeficientů délkové teplotní roztažnosti včetně chyby měření

látka	naměřená hodnota [ $\cdot 10^{-5} K^{-1}$ ]
ocel	$1,1 \pm 0,1$
hliník	$2,2 \pm 0,1$
měď	$1,7 \pm 0,1$
mosaz	$1,9 \pm 0,1$

## 4 Diskuze

Pro všechny čtyři látky je z grafu patrná lineární závislost prodloužení tyče na teplotě. Největší koeficient délkové teplotní roztažnosti jsme naměřili pro hliník, naopak nejmenší pro ocel. Naměřená hodnota koeficientu teplotní délkové roztažnosti oceli a mědi vyšla shodná s tabulkovou hodnotou (tedy  $\alpha_{ocel} = (1,1 \cdot 10^{-5} \pm 0,1) K^{-1}$  respektive  $\alpha_{Cu} = (1,7 \cdot 10^{-5} \pm 0,1) K^{-1}$ ). Koeficient teplotní délkové roztažnosti mosazu vyšel o něco vyšší než je tabulková hodnota ( $\alpha_{mosaz} = (1,9 \cdot 10^{-5} \pm 0,1) K^{-1}$  oproti tabulkové hodnotě  $1,1 \cdot 10^5 K^{-1}$ ). Naopak nižší hodnota koeficientu teplotní délkové roztažnosti byla naměřena u hliníku ( $\alpha_{Al} = (2,22 \cdot 10^{-5} \pm 0,1) K^{-1}$  oproti tabulové hodnotě  $2,4 \cdot 10^{-5} K^{-1}$ ). Níže ještě porovnání v tabulce.

Tabulka 3: Naměřené a tabulované hodnoty jednotlivých koeficientů délkové teplotní roztažnosti

látka	naměřená hodnota [ $\cdot 10^{-5} K^{-1}$ ]	tabelovaná hodnota [ $\cdot 10^{-5} K^{-1}$ ] [6,7]
ocel	$1,1 \pm 0,1$	1,1
hliník	$2,2 \pm 0,1$	2,4
měď	$1,7 \pm 0,1$	1,7
mosaz	$1,9 \pm 0,1$	1,8

Chyby při měření mohou být způsobeny teplotou okolí, která se pohybovala kolem  $25^\circ C$ , čímž mohla být tyč zvenčí ochlazována (přestože byla izolována zvenčí ještě molitanem) a také nepřesností měřicích přístrojů. Vliv na chybu mohlo rovněž mít případné nehomogenní složení tyčí.

Chyba měření teploty termostatu byla  $0,5^\circ C$  (polovina nejmenšího dílku teploměru), přesnost měření změny délky úchylkoměrem byla  $0,01$  mm. Chyba měřicích přístrojů a vliv okolí mají zřejmě větší vliv na přesnost výsledků než statistická chyba fitu.

## 5 Závěr

Pomocí lineární regrese jsme zjistili lineární závislost změny délky na rostoucí teplotě a určili koeficienty délkové roztažnosti čtyřech různých materiálů. Konkrétně oceli ( $\alpha_{ocel} = (1,1 \cdot 10^{-5} \pm 0,1) K^{-1}$ ),

hliníku ( $\alpha_{Al} = (2,2 \cdot 10^{-5} \pm 0,1) K^{-1}$ ), mědi ( $\alpha_{Cu} = (1,7 \cdot 10^{-5} \pm 0,1) K^{-1}$ )  
a mosazu ( $\alpha_{mosaz} = (1,9 \cdot 10^{-5} \pm 0,1) K^{-1}$ ).

## 6 Literatura

- [1] Teplotní roztažnost [online]. [cit. 2019-03-10]  
Dostupné z: [https://cs.wikipedia.org/wiki/Teplotní\\_roztažnost](https://cs.wikipedia.org/wiki/Teplotní_roztažnost)
- [2] sešit fyziky ze SŠ
- [3] *Teplotní roztažnost pevných látek a kapalin* [online]. [cit. 2019-03-10]  
Dostupné z: <https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/media/zadani/texty/txt.124.pdf>
- [4] údaj na měřidle
- [5] údaj na přístroji
- [6] *Tepel. roztažnost a měrná tepel. kapacita* [online]. [cit. 2019-03-10].  
Dostupné z: <http://kabinet.fyzika.net/studium/tabulky/tepelna-kapacita-roztaznost.php>
- [7] MIKULČÁK, J., B. KLIMEŠ, J. ŠIROKÝ, V. ŠUBA, F. ZEMÁNEK. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky pro střední školy*. 4. vyd. Prometheus, 2016