

1 Pracovní úkol

1. Změřte tuhost aparatury K.
2. Proveďte dynamickou zkoušku deformace v tlaku přiloženého vzorku.
3. Výsledek dynamické zkoušky v tlaku graficky znázorněte a určete mezní napětí $\sigma_{0,2}$ a σ_U .

2 Teorie

Působíme-li na těleso tlakem, deformuje se, tedy dochází ke změnám jeho rozměrů. Velikost této změny rozměrů je závislá na působící síle, materiálu deformovaného tělesa a jeho počátečního průřezu obecně složitě [1]. Neboť se při deformaci mění průřez, rozlišujeme mezi skutečným napětím

$$\sigma' = \frac{F}{S}, \quad (1)$$

vztahené vůči skutečnému průřezu S (F je působící síla) a smluvním napětím

$$\sigma = \frac{F}{S_0}, \quad (2)$$

kde S_0 je počáteční plocha průřezu tělesa. Obdobně pak rozlišujeme mezi relativní deformací

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (3)$$

kde l_0 je počáteční délka a Δl je změna délky, a skutečnou deformací

$$\varepsilon = \ln \frac{l}{l_0}. \quad (4)$$

Rozlišujeme mezi pružnou (elastickou) a trvalou (plastickou) deformací. Hookův zákon popisuje pružnou deformaci pro malá napětí a změny objemu (do 1 %) [2] vztahem

$$\sigma = \varepsilon E, \quad (5)$$

kde E je modul pružnosti v tahu (tlaku). Pro toto malé rozmezí deformací je tedy závislost přibližně lineární.

Hranice, při níž se mění elastická deformace na plastickou (tedy těleso se již po odstranění zatížení nevrátí do svého původního tvaru) se nazývá mez pružnosti [3].

Při měření budeme používat aparaturu, která není nedeformovatelná. Nejprve je tedy nutné změřit její tuhost, která je dána vztahem

$$K = \frac{F}{\Delta l}, \quad (6)$$

kde F je působící síla a Δl změna délky. Tuhost aparatury změříme pomocí vzorku, který budeme považovat za dokonale tuhý. Sílu, kterou aparatura působí na vzorek můžeme spočítat vztahem

$$F = \alpha U, \quad (7)$$

kde $\alpha = (50 \pm 0,5) N \cdot mV^{-1}$ a U je výstupní napětí. Jedna otočka kotouče aparatury odpovídá zdvihu $D = 0,75 mm$, frekvence otáčení je $(f = 0,60 \pm 0,01) \cdot 10^{-3} s^{-1}$, tedy rychlost posunu je

$$v_p = fD \quad (8)$$

a změna délky vzorku za čas t

$$\Delta l = v_p \Delta t = fD \Delta t. \quad (9)$$

Výslednou deformaci vzorku určíme dle vztahu

$$\Delta l_v(F) = \Delta l(F) - \frac{F}{K}. \quad (10)$$

3 Výsledky měření

Nejprve došlo k opakovanému měření rozměrů deformovaného vzorku, kterým byl malý váleček. V tabulce níže je pro zajímavost uvedena i délka vzorku pro deformaci l_k . Z naměřených dat je vidět, že došlo k plastické deformaci vzorku. Délka vzorku byla měřena posuvným měřidlem s přesností $0,02\text{ mm}$ [4], průměr mikrometrickým šroubem s přesností $0,01\text{ mm}$ [5]. Střední směrodataná odchylka měření délky spočítaná dle

$$\sigma_l = \sqrt{\frac{\sum_1^6 (l - \bar{l})^2}{30}} \quad (11)$$

je o řád menší než chyba měřidla, proto je chyba měření délky shodná s chybou posuvného měřidla. Obdobně střední směrodataná odchylka měření průměru vzorku ve tvaru

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum_1^6 (d - \bar{d})^2}{30}} \quad (12)$$

je o řád menší než chyba mikrometrického šroubu.

Tabulka 1: Naměřené hodnoty průměru vzorku d a délky l

d [mm]	l_0 [mm]	l_k [mm]
7,08	10,25	9,75
7,08	10,00	9,75
7,08	10,00	9,75
7,08	10,00	9,75
7,07	10,00	9,75
7,08	10,00	9,75
$7,08 \pm 0,01$	$10,00 \pm 0,02$	$9,75 \pm 0,02$

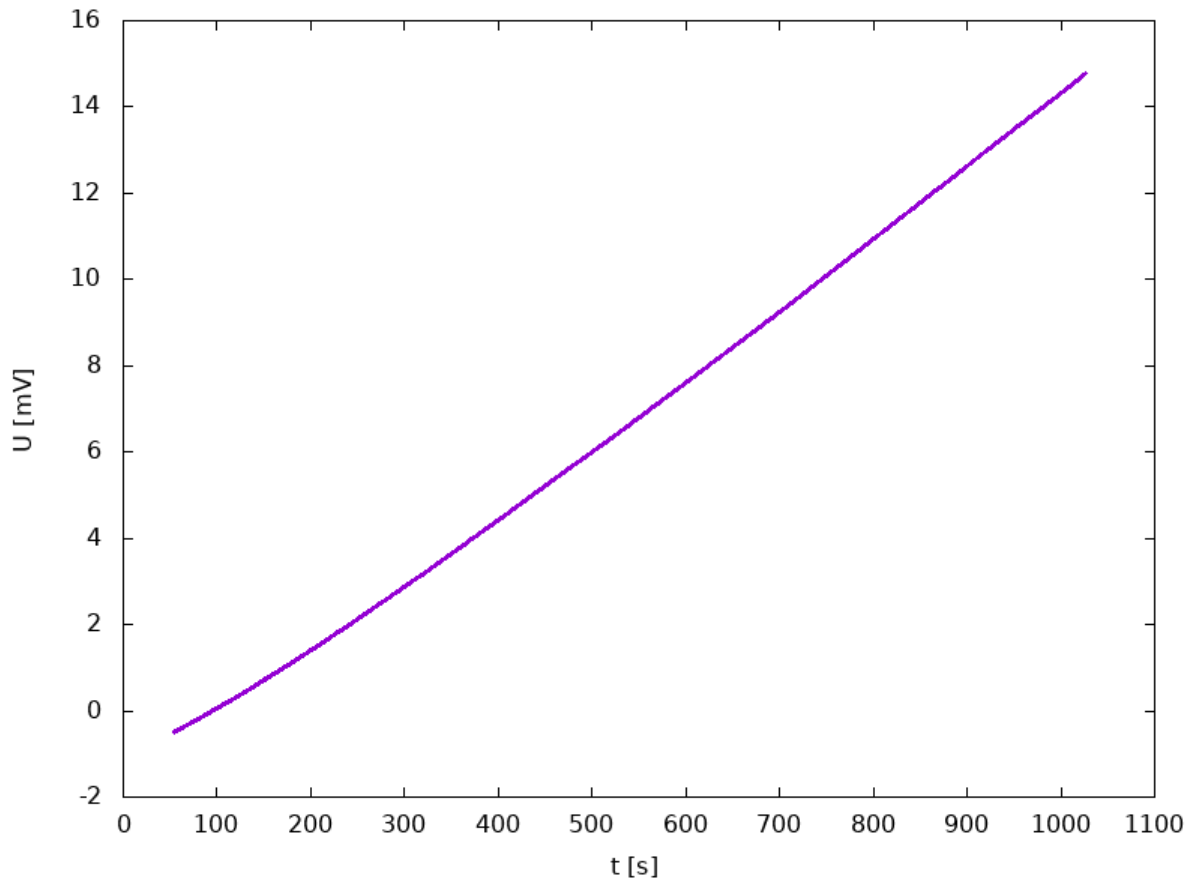
Velikost síly změřené tenzometrem je (včetně chyby [6])

$$F = (50\,000 \cdot U) \pm 500\text{ N}. \quad (13)$$

Frekvence otáčení kotouče je $(f = 0,60 \pm 0,01) \cdot 10^{-3}\text{ s}^{-1}$, jedna otočka kotouče aparatury odpovídá zdvihu $D = 0,75\text{ mm}$, výsledná odchylka změny délky $\Delta l = fD\Delta t$ je tedy

$$\sigma_{\Delta l} = f\Delta t\sigma_f = 7,5 \cdot 10^{-6}\Delta t, \quad (14)$$

neboli $1,7\%$.



Graf 1: Naměřené hodnoty při testu tuhosti aparatury

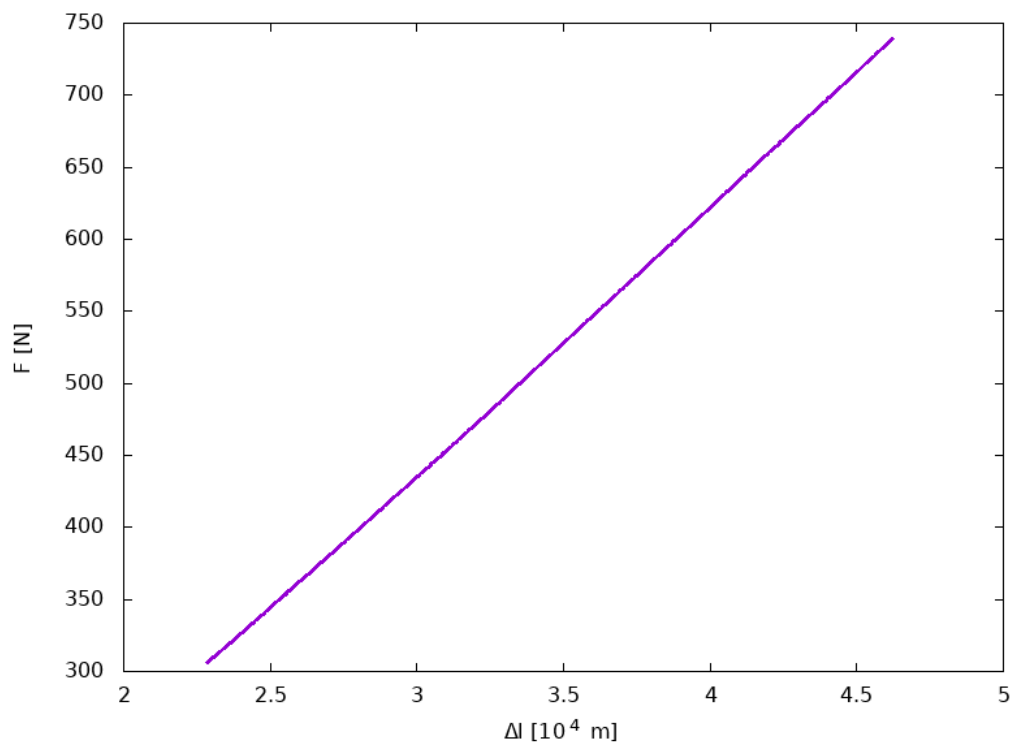
Tuhost aparatury určená metodou lineární regrese pomocí grafu (2) je

$$K = (1,9 \pm 0,1) Nm^{-1}, \quad (15)$$

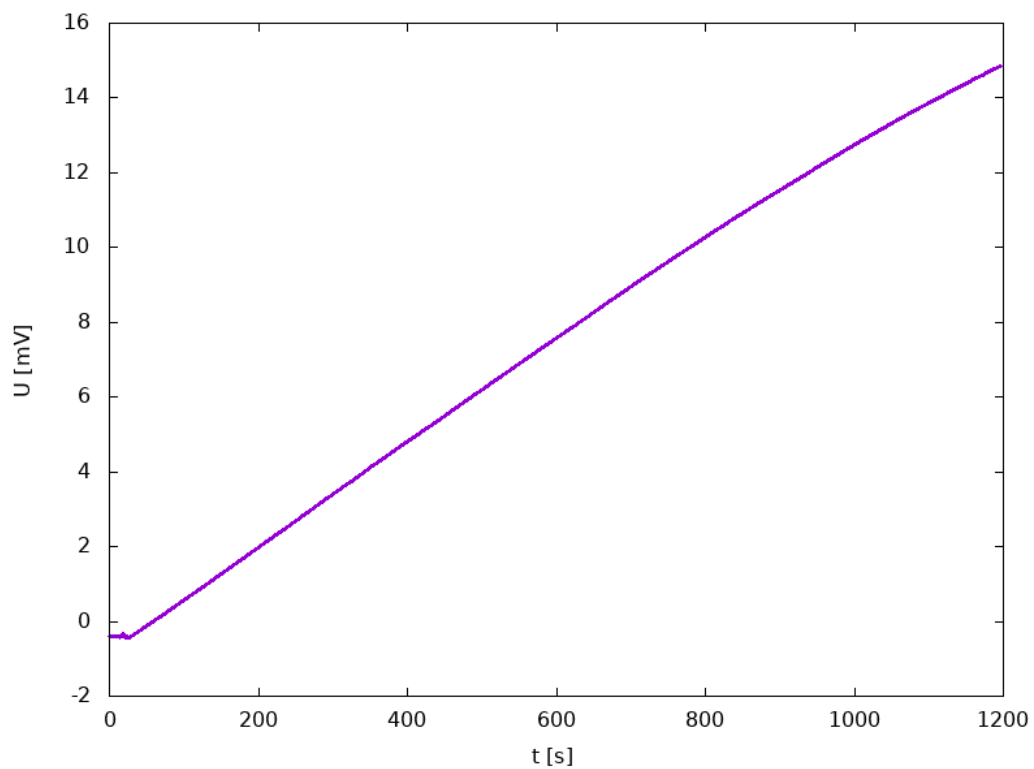
přičemž odchylka byla spočítána dle vztahu

$$\sigma_K = K \sqrt{\eta_{fit}^2 + \left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2}, \quad (16)$$

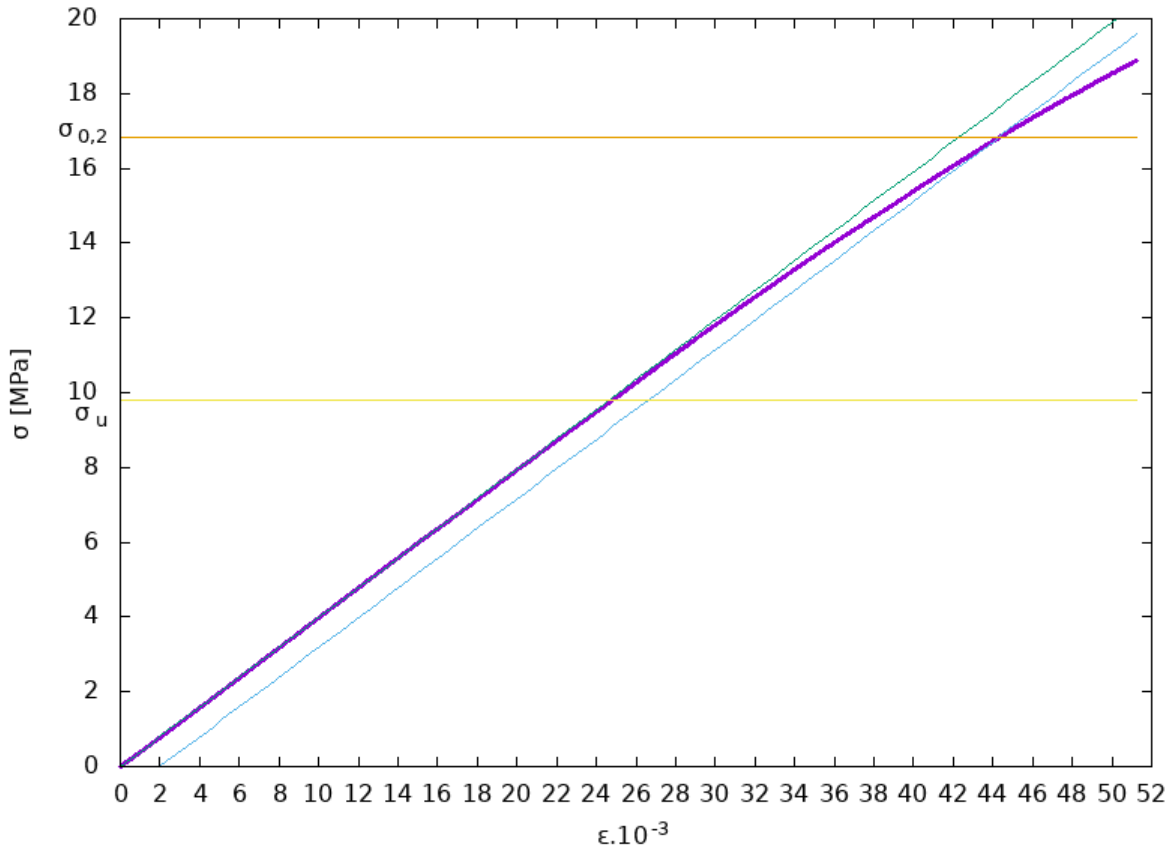
kde η_{fit} je standardní asymptotická chyba fitu.



Graf 2: Část křivky, ze které se vypočítávala hodnota K tuhosti aparatury



Graf 3: Naměřené hodnoty při dynamické zkoušce deformace vzorku v tahu



Graf 4: Křivka deformace vzorku

Odchylka hodnoty napětí spočítané dle vztahu (2), a tedy i určení mezí úměrnosti a smluvního napětí lze stanovit dle vztahu

$$\sigma_{\sigma} = \sigma \sqrt{\left(2 \frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta F}{F}\right)^2 + \left(\frac{\Delta K}{K}\right)^2}, \quad (17)$$

kde d značí průměr vzorku (počítá se chyba obsahu, tudíž se tato chyba (dle parciální derivace napětí podle průměru)), l změnu délky vzorku, F sílu vyvíjenou aparaturou a K tuhost aparatury.

Hodnota meze úměrnosti byla stanovena na hodnotě $\sigma_u = (9,8 \pm 1,4) \text{ MPa}$, hodnota smluvního napětí pak na $\sigma_{0,2} = (16,8 \pm 1,7) \text{ MPa}$.

4 Diskuze

Změřili jsme tuhost aparatury $K = (1,9 \pm 0,1) \cdot 10^6 \text{ Nm}^{-1}$, určili mez úměrnosti vzorku $\sigma_u = (9,8 \pm 1,4) \text{ MPa}$ a také smluvní napětí $\sigma_{0,2} = (16,8 \pm 1,7) \text{ MPa}$. Opravdu došlo k plastické deformaci vzorku po překročení smluvního napětí $\sigma_{0,2}$, což lze vyčíst z tabulky (1).

Křivka deformace testovaného vzorku rostla lineárně až přibližně k hodnotě $\sigma_u = (9,8 \pm 1,4) \text{ MPa}$, dále se již od lineární funkce odklání a přechází v konkávní funkci. Smluvní napětí bylo stanoveno na hodnotu $\sigma_{0,2} = (16,8 \pm 1,7) \text{ MPa}$, neboť zde protíná afinní funkce se stejnou směrnici jako lineární funkce procházející počátkem, pomocí které jsme určili mez úměrnosti.

Chyby měření jsou kromě nepřesnosti měřicích přístrojů, jak je popsáno výše, opotřebované uzubené kolečko převodu v aparatuře, proto je možné, že za jakýsi zub, který je zřejmý na grafu (4) v oblasti kolem 11 MPa může právě tato vada, kdy kolečko lehce „přeskočilo“, jak bylo diskutováno s vedením praktika. Obecně není snadné určit přesnou hodnotu meze úměrnosti σ_u , protože křivka přechází ze své lineární části na nelineární

pozvolna. Dalším potenciálním zdrojem chyb mohou být lehké krystalické poruchy ve struktuře vzorku, avšak zdá se, že výsledek tohoto pokusu neovlivnily.

5 Závěr

Metodou dynamické zkoušky deformace pevné látky v tlaku jsme určili tuhost aparatury $K = (1,9 \pm 0,1) \cdot 10^6 \text{ Nm}^{-1}$ metodou lineární regrese, mez úměrnosti vzorku $\sigma_u = (9,8 \pm 1,4) \text{ MPa}$, jeho smluvní napětí $\sigma_{0,2} = (16,8 \pm 1,7) \text{ MPa}$, vykreslili jeho křivku deformace do grafu (4).

6 Literatura

- [1] *XI. Dynamická zkouška deformace látek v tahu* [online]. [cit. 2019-03-13]
Dostupné z: https://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/_media/zadani/texty/txt_111.pdf
- [2] HAVRÁNEK, A., J. KVASNICA, P. LUKÁČ, B. SPRUŠIL. *Mechanika*. 2. vyd. Academia 2004.
- [3] sešit fyziky ze SŠ
- [4] údaj na měřidle
- [5] údaj na měřidle
- [6] tabulka na místě měření