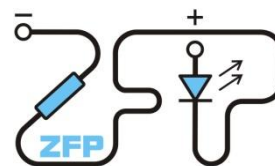


Kabinet výuky obecné fyziky, UK MFF

Fyzikální praktikum I



Úloha č. 3

Název úlohy: Studium proudění viskózní kapaliny trubicemi kruhového průřezu

Jméno: Katarína Križanová

Obor: FOF

Datum měření: 23/03/2016

Datum odevzdání:

Připomínky opravujícího:

	Možný počet bodů	Udělený počet bodů
Práce při měření	0 - 5	
Teoretická část	0 - 1	
Výsledky měření	0 - 8	
Diskuse výsledků	0 - 4	
Závěr	0 - 1	
Seznam použité literatury	0 - 1	
Celkem	max. 20	

Posuzoval:.....

dne:

I. Pracovná úloha

1. Zmerajte tuhosť k piatich pružín metódou statickou.
2. Zostrojte graf závislosti predĺženia pružiny na pôsobiacej sile $y = y(F)$
3. Odmerajte tuhosť k piatich pružín metódou dynamickou.
4. Z doby kmitu telesa známej hmotnosti a výchylky pružiny po zavesení tohto telesa určite miestne tiažové zrýchlenie g .
5. Zostrojte grafy závislostí:

$$\omega = f(\sqrt{k})$$

$$\omega = f\left(\sqrt{\frac{1}{m}}\right)$$

6. Pri spracovaní použite lineárnu regresiu.

II. Teoretický úvod

Harmonický kmit vzniká pôsobením sily F , platí vzťah

$$F = -ky, \quad (1)$$

kde y je výchylka z rovnovážnej polohy a k je tuhosť pružiny.

V prípade, že na pružinu zavesíme závažie, tak budú po ustálení tiažová sila F a sila potrebná k deformácii pružiny F_D v rovnováhe, platí teda

$$F_D + F = 0. \quad (2)$$

Po úprave dostávame vzťah

$$mg = ky_0, \quad (3)$$

kde m je hmotnosť závažia a g je tiažové zrýchlenie, y_0 je natiahnutie pružiny. Z rovnice (3) získame vzťah:

$$k = \frac{mg}{y_0}. \quad (4)$$

Tento vzťah použijeme pri statickom meraní.

Vzťah uhlovej frekvencie ω a doby kmitu T je:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (5)$$

Pri vychýlení závažia na pružine z rovnovážnej polohy y_0 , bude harmonicky kmitať s frekvenciou ω :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}. \quad (6)$$

Z rovníc (5) a (6) dostávame

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}. \quad (7)$$

Rovnicu pre tiažové zrýchlenie odvodíme zo vzťahov (4),(5) a (7)

$$g = y_0 \omega^2. \quad (8)$$

III. Výsledky merania

Statická metóda

Na zistenie tuhosti piatich rôznych pružín som najprv použila statickú metódu. Na každú pružinu som zavesovala postupne ťažšie a ťažšie závažia známych hmotností a merala som predĺženie pružiny. Údaje sú zaznamenané v tabuľkách T1 až T5, kde je aj dopočítaná tiažová sila F . Tiažové zrýchlenie $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

Predĺženie som merala pomocou katetometra, ktorého najmenší dielik bol 0,1 mm, lenže kvôli tomu, že závažie na pružinke sa niekedy nie úplne ustálilo vplyvom miernych záchvevov v miestnosti spôsobeným i ostatnými ľuďmi v miestnosti, ktoré som nevedela ovplyvniť, musím chybu odhadnúť až na 1 mm.

K tabuľkám som zostrojila grafy 1 až 5 s hodnotami predĺženia a silou, ktorá pôsobila na pružinku. V každom grafe som hodnoty preložila priamkou, ktorej rovnica je v grafe. Chybu koeficientov som určila pomocou funkcie LINEST v tabuľkovom editore Excel.

Pomocou koeficientov lineárnej regresie a zo vzťahu (4) dostávam hodnoty tuhosti pružín A-E (, pričom $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$).

$$k_A = (14,8 \pm 0,63) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, k_B = (28,9 \pm 1,9) \cdot 10^{-1} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, \\ k_C = (29,4 \pm 2,2) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, k_D = (7,20 \pm 0,30) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, k_E = (3,35 \pm 0,13) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}.$$

Po prevážení jedného zo závažia som zistila, že sa uvádzaná hodnota a odvážená líši až na štvrtom desatinnom mieste, tj. zanedbám chybu závaží. Chybu pre tuhosť som spočítala podľa nasledujúceho vzťahu

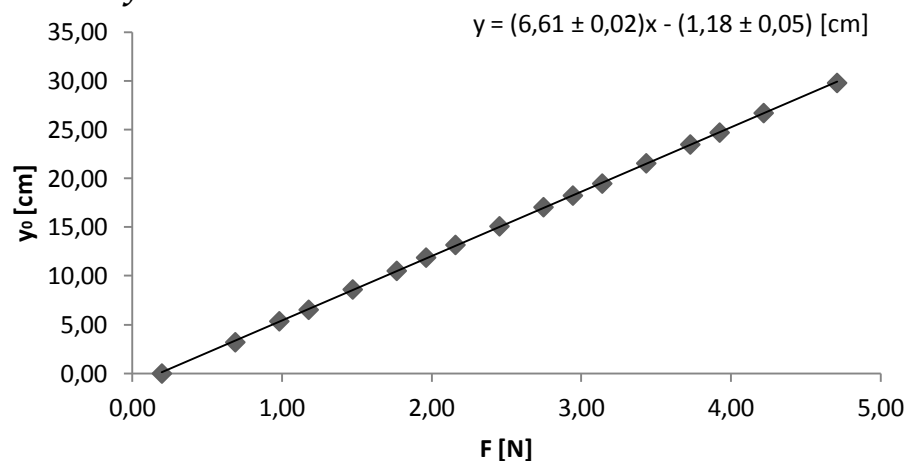
$$\sigma_k = g \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \frac{m_i \Delta y}{\sigma_{y_i}^2}}. \quad (9)$$

T1: Pružina A

m [g]	20	70	100	120	150	180	200	220
y [cm]	52,21	49,00	46,85	45,67	43,59	41,68	40,32	39,02
F [N]	0,20	0,69	0,98	1,18	1,47	1,77	1,96	2,16
yo [cm]	0,00	3,21	5,36	6,54	8,62	10,53	11,89	13,19

m [g]	280	300	320	350	380	400	430	480
y [cm]	35,15	33,96	32,73	30,65	28,72	27,50	25,50	22,41
F [N]	2,75	2,94	3,14	3,43	3,73	3,92	4,22	4,71
yo [cm]	17,06	18,25	19,48	21,56	23,49	24,71	26,71	29,80

Graf 1: Pružina A

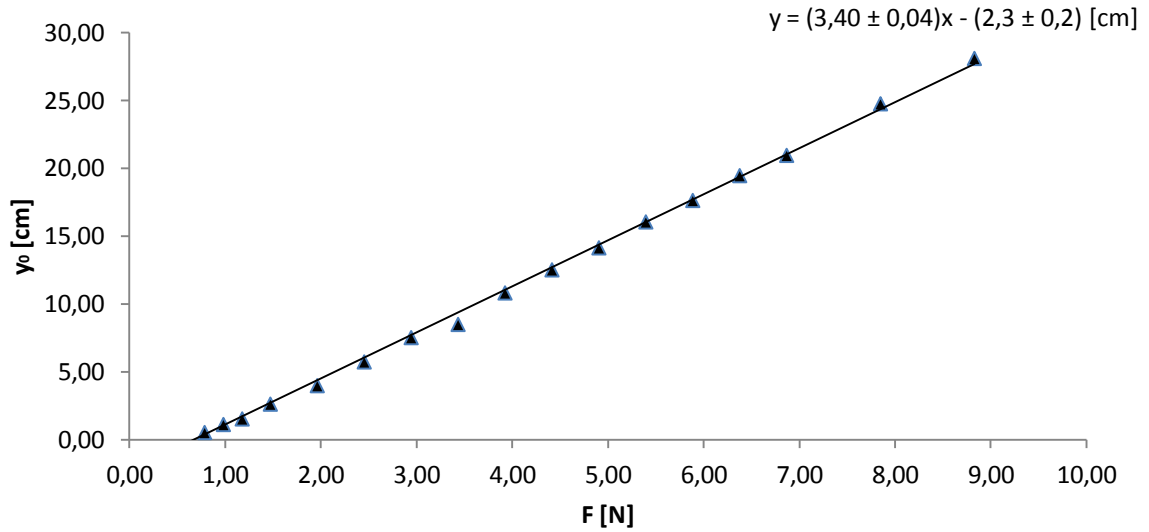


T1: Pružina A

m [g]	20	70	100	120	150	180	200	220	250
y [cm]	52,21	49,00	46,85	45,67	43,59	41,68	40,32	39,02	37,11
F [N]	0,20	0,69	0,98	1,18	1,47	1,77	1,96	2,16	2,45
yo [cm]	0,00	3,21	5,36	6,54	8,62	10,53	11,89	13,19	15,10

m [g]	280	300	320	350	380	400	430	480
y [cm]	35,15	33,96	32,73	30,65	28,72	27,50	25,50	22,41
F [N]	2,75	2,94	3,14	3,43	3,73	3,92	4,22	4,71
yo [cm]	17,06	18,25	19,48	21,56	23,49	24,71	26,71	29,80

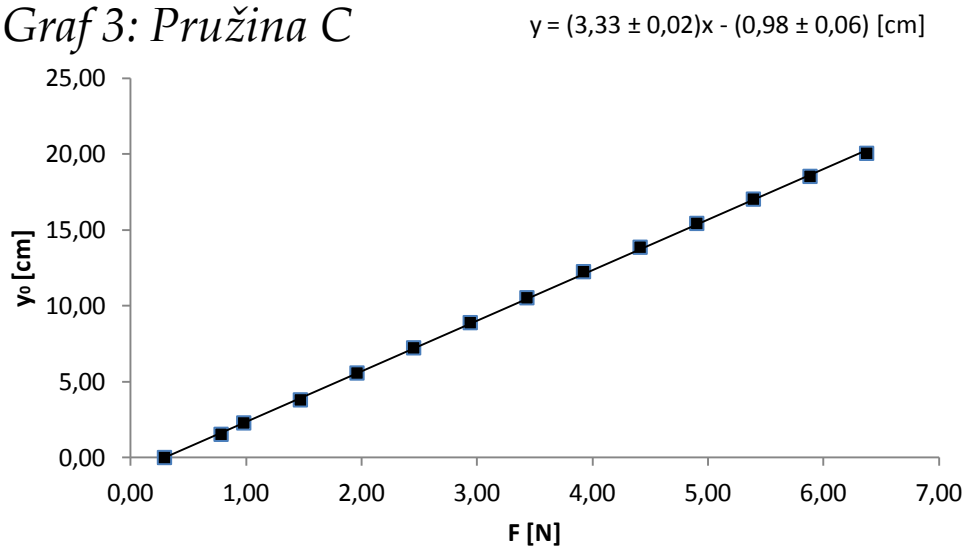
Graf 2: Pružina B



T3: Pružina C

m [g]	30	80	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600	650
y [cm]	54,26	52,73	51,98	50,46	48,69	47,03	45,37	43,73	42,01	40,40	38,83	37,23	35,73	34,21
F [N]	0,29	0,78	0,98	1,47	1,96	2,45	2,94	3,43	3,92	4,41	4,91	5,40	5,89	6,38
y_0 [cm]	0,00	1,53	2,28	3,80	5,57	7,23	8,89	10,53	12,25	13,86	15,43	17,03	18,53	20,05

Graf 3: Pružina C

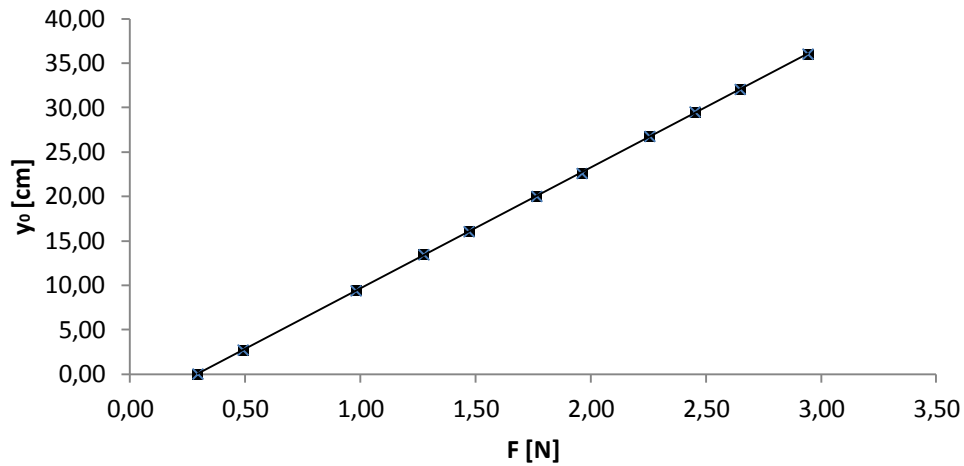


T4: Pružina D

m [g]	30	50	100	130	150	180	200	230	250	270	300
y [cm]	51,05	48,35	41,68	37,61	35,02	31,05	28,47	24,30	21,55	19,01	15,04
F [N]	0,29	0,49	0,98	1,28	1,47	1,77	1,96	2,26	2,45	2,65	2,94
y ₀ [cm]	0,00	2,70	9,37	13,44	16,03	20,00	22,58	26,75	29,50	32,04	36,01

Graf 4: Pružina D

$$y = (13,60 \pm 0,02)x - (3,98 \pm 0,05) \text{ [cm]}$$

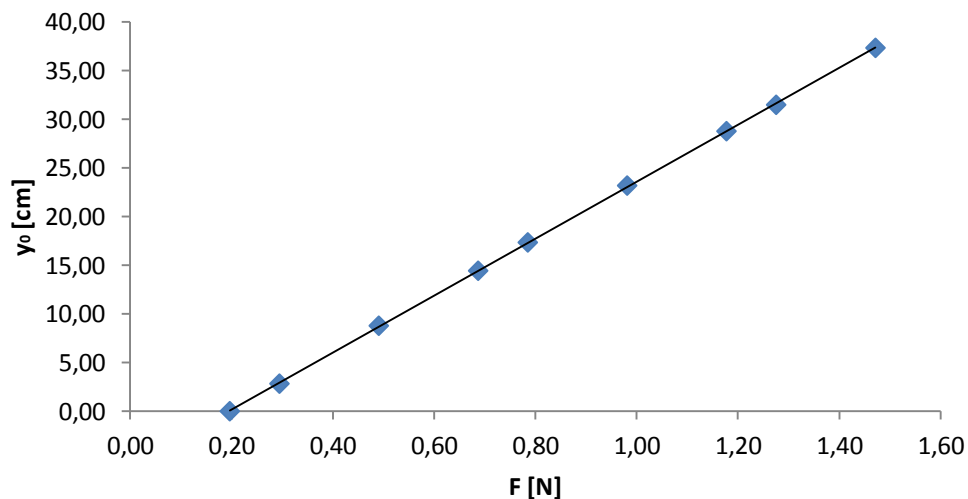


T5: Pružina E

m [g]	20	30	50	70	80	100	120	130	150
y [cm]	45,73	42,90	36,95	31,30	28,39	22,55	16,96	14,25	8,40
F [N]	0,20	0,29	0,49	0,69	0,78	0,98	1,18	1,28	1,47
y ₀ [cm]	0,00	2,83	8,78	14,43	17,34	23,18	28,77	31,48	37,33

Graf 5: Pružina E

$$y = (29,25 \pm 0,08)x - (5,67 \pm 0,08) \text{ [cm]}$$



Dynamická metóda

Pri dynamickej metóde som zavesila na každú pružinu tri rôzne závažia, ale na rozdiel od statickej som teraz pružinu rozkmitala a pomocou sonora som vedela určiť za aký čas spraví pružina kmit. Pre väčšiu presnosť som vždy zmerala čas pre väčší čas kmitov a potom som túto hodnotu vydělila počtom periód.

Namerané hodnoty pre periódu (spriemerované), ktorú som dopočítala sú v tabuľkách T6-T10.

T6: Pružina A

m	30 g	50 g	100 g
T [s]	0,280	0,360	0,479

T7: Pružina B

m	100 g	200 g	300 g
T [s]	0,323	0,513	0,650

T8: Pružina C

m	100 g	200 g	300 g
T [s]	0,360	0,475	0,690

T9: Pružina D

m	50 g	100 g	200 g
T [s]	0,525	0,640	1,030

T10: Pružina E

m	30 g	50 g
T [s]	0,425	0,762

Zo vzťahov (5) a (6) viem dopočítať tuhosť každej pružiny. Hodnoty sú spriemerované zo všetkých hodnôt pre danú pružinu. Chyba je vypočítaná ako chyba prenosu chýb (s tým, že chyba závaží je zanedbateľná), tj.

$$\sigma_k = 4\pi^2 \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(\frac{2m_i \sigma_T}{T_i^3}\right)^2}. \quad (10)$$

$k_A = (15,9 \pm 0,7) N \cdot m^{-1}$, $k_B = (31,9 \pm 1,2) N \cdot m^{-1}$, $k_C = (30,1 \pm 0,9) N \cdot m^{-1}$, $k_D = (8,08 \pm 0,22) N \cdot m^{-1}$, $k_E = (3,81 \pm 0,10) N \cdot m^{-1}$.

Tiažové zrýchlenie

Tiažové zrýchlenie g dopočítam podľa rovnice (8). Výsledky sú v tabuľke T11.

V tabuľke T12 sa nachádzajú priemery hodnôt z údajov v tabuľke T11, uvedené chyby som zistila zo súčtu odmocniny kvadrátu priemernej hodnoty chyby a smerodajnej odchýlky zrýchlenia.

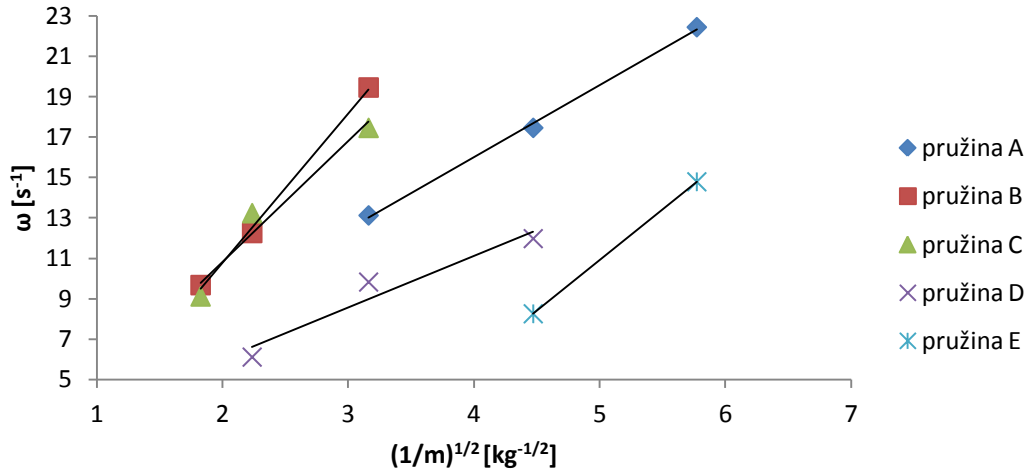
T11: tiažové zrýchlenie

závažie	30 g	50 g	100 g
g_A [m.s ⁻²]	9,99	10,07	11,37
závažie	100 g	200 g	300 g
g_B [m.s ⁻²]	12,87	10,2	3,45
závažie	100 g	200 g	300 g
g_C [m.s ⁻²]	10,36	11,89	8,46
závažie	50 g	100 g	200 g
g_D [m.s ⁻²]	9,74	13,11	10,12
závažie	30 g	50 g	
g_E [m.s ⁻²]	1,92	9,94	

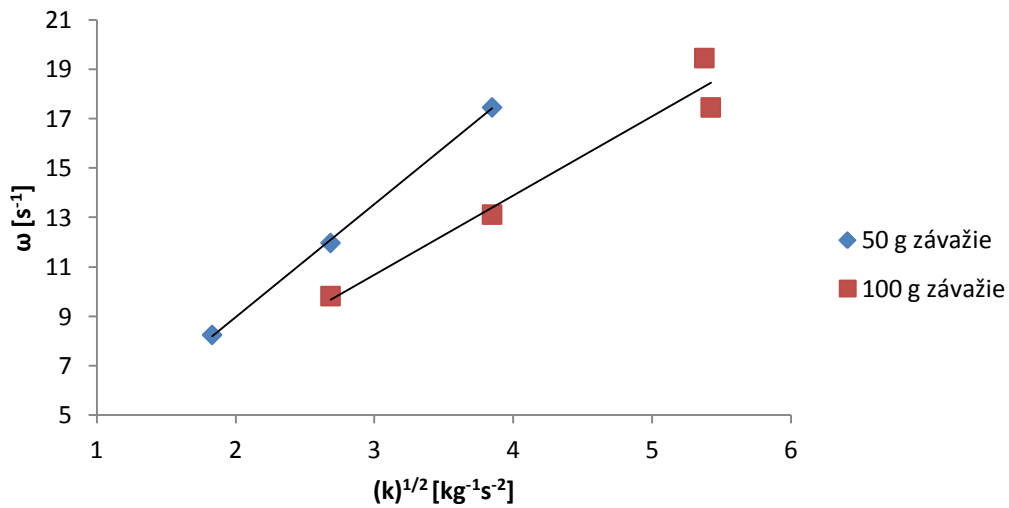
T12: Priemer	σ_g [m.s ⁻²]	
g_A [m.s ⁻²]	10,5	1,2
g_B [m.s ⁻²]	8,8	0,8
g_C [m.s ⁻²]	10,2	1,9
g_D [m.s ⁻²]	11,0	2,1
g_E [m.s ⁻²]	10,4	1,4

Graf 6 a 7: hodnoty pre tuhosť pružín som dostala zo statickej metódy, zo vzťahu (5) som vypočítala ω .

Graf 6: Závislosť uhlovej frekvencie na hmotnosti



Graf 7: Závislosť ω na tuhosti



T13: porovnanie hodnôt ω

hmotnosť [g]	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$\omega = \frac{2\pi}{T}$
30	23,02	22,44
50	17,83	17,45
100	12,61	13,12
100	17,00	19,45
200	12,02	12,25
300	9,81	9,67
100	17,15	17,45
200	12,12	13,23
300	9,90	9,11
50	12,00	11,97
100	8,49	9,82
200	6,00	6,10
30	10,57	14,78
50	8,19	8,25

IV. Diskusia výsledkov

Z grafov 1-5 vidno lineárnu závislosť sily pôsobiacej na pružinku a natiahnutiu pružinky. Z grafu 6 a 7 zas vieme vypočítavať, že je platný vzťah (6).

Výsledky pre tuhosť všetkých piatich pružín dynamickou a statickou metódou sú podobné, lepšie povedané ich intervaly s chybami sa buď pretínajú alebo sú si veľmi blízke.

Z tabuľkových hodnôt vieme [1], že tiažové zrýchlenie má mať hodnotu $9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$, v našom prípade sú hodnoty celkom blízke.

Čo sa týka presnosti merania, tak je síce pravda, že katetometer meria s veľkou presnosťou. Avšak, v dôsledku otrasov v laboratóriu je chyba oveľa väčšia, presnosť nie je lepšia ako 1 mm [2]. Otrasy, ktoré mierne rozkmitávali pružinku pri statickej metóde a spôsobili nepresnosť merania sú závažné hlavne pri meraniach s menšími hmotnosťami závažia.

Istú nepresnosť tiež mohol pri dynamickej metóde zapríčiniť sonor, ktorý snímal iba s určitou frekvenciou a tiež fakt, že pružinka nekmitala ideálne iba hore dolu, ale pravdepodobne i trochu do strán.

V. Záver

Pri meraní statickou metódou mi vyšli hodnoty pre tuhosť pružiny:

$$k_A = (14,8 \pm 0,63) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, k_B = (28,9 \pm 1,9) \cdot 10^{-1} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1},$$

$$k_C = (29,4 \pm 2,2) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, k_D = (7,20 \pm 0,30) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, k_E = (3,35 \pm 0,13) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}.$$

Pri meraní dynamickou metódou mi vyšli hodnoty tuhostí pružín:

$$k_A = (15,9 \pm 0,7) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, k_B = (31,9 \pm 1,2) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, k_C = (30,1 \pm 0,9) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1},$$

$$k_D = (8,08 \pm 0,22) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}, k_E = (3,81 \pm 0,10) \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}.$$

VI. *Zoznam použitej literatúry*

[1] J. Brož, V. Roskovec, M. Valouch: Fyzikální a matematické tabulky SNTL, Praha 1980

[2] <http://physics.mff.cuni.cz/vyuka/zfp/zadani/102>